

桨尖后掠对旋翼流场和气动特性的影响

招启军 徐国华

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室,南京,210016)

摘要:推导了后掠桨尖剖面法向马赫数和等效迎角与矩形桨尖的关系,指出前飞状态下旋翼后掠桨尖上的法向来流并不一定总比矩形桨叶小的新结论,进一步得出了在后掠桨尖上出现较大法向来流马赫数的解析区间,并给出了克服这种情况出现的解决办法;提出了保持前缘法向来流速度为常数的桨尖设计方案。然后,采用CFD方法,针对后掠新型桨尖旋翼的悬停和前飞跨声速流场进行了数值模拟,并结合理论分析的结果,深入地分析了桨叶后掠对旋翼流场、气动特性的影响,得出了后掠桨尖流场的细节特征,尤其是桨尖附近的激波位置、范围和强度的变化规律。

关键词:旋翼;直升机;后掠桨尖;气动特性;数值模拟

中图分类号:V211.1;V211.3

文献标识码:A

文章编号:1005-2615(2012)05-0706-07

Effects of Swept Blade Tip on Flowfield and Aerodynamic Characteristics of Rotor

Zhao Qijun, Xu Guohua

(National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The relationships between the section normal mach number and the equivalent angle of attack of the rotor with a swept tip and the mach number and angle of attack of the rotor with a rectangular tip are derived, and a new conclusion that the normal incoming flow on a swept blade tip are not always less than that on a rectangular tip in forward flight is presented and proved. As a result, an analytic azimuthal interval where the normal incoming mach number on a swept tip is bigger than that on a rectangular tip is given. On the contrary, in order to avoid the emergence of the analytic azimuthal interval, a sweepback angle distribute regulation is presented. A design program of the rotor with a curvilinear swept tip for keeping the velocity of leading-edge normal incoming flow constant is raised. Then, numerical simulations of transonic flowfield for a helicopter rotor with a swept tip in both hover and forward flight are performed by using CFD. Based upon the theoretical analysis results and numerical simulated results, the effects of a swept blade tip on the flowfield and aerodynamic characteristic of the rotor, especially the changing of shock wave location, scope and strength nearby the blade tip are analyzed thoroughly.

Key words: rotors; helicopters; swept tip; aerodynamic characteristics; numerical simulation

众所周知,后掠翼在固定翼飞机上已取得了广泛应用,主要得益于它的两个特性:一是减弱空气

基金项目:国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)资助项目。

修订日期:2012-07-23

通讯作者:招启军,男,教授,博士生导师,E-mail:zhaqijun@nuaa.edu.cn。

的压缩性,推迟激波的发生;二是提高阻力发散马赫数和抑制阻力突增。这种得益来源于机翼前缘的法向来流减小。以无限翼展斜置机翼为例,它的临界马赫数可提高到直机翼的 $1/\cos\Delta$ 倍(Δ 为机翼前缘的后掠角),从而提高了阻力发散马赫数;由于机翼的有效速度低于飞行速度,作用在翼面上的压力值也减小(约按 $\cos\Delta$ 规律减小),因此后掠机翼有“减缓”阻力剧增的优点。对于旋翼而言,旋翼前缘行桨叶桨尖处出现的激波现象是阻碍直升机飞行速度提高的重要因素之一,采用新型桨尖形状可以克服或推迟上述现象的发生,提高直升机飞行速度。自20世纪七、八十年代以来,不少国家先后开始了旋翼新型桨尖形状的研究^[1-2]。

然而,由于旋翼桨尖流场、畸变尾迹等的复杂性,给研究工作带来了很大的困难。正如文献[3]指出,虽然国外不少直升机上已采用了新型桨尖,但关于新型桨尖旋翼流场和气动特性的研究大都基于试验分析,对桨尖形状的研究还很不充分,对桨尖的影响机理还不很清楚,甚至出现得出的研究结论不一致的现象^[4]。近年来,国内外已对新型桨尖开展了一些数值分析研究^[5-12]。采用基于可压 N-S 方程的 CFD 方法,由于考虑了粘性,可较精确地捕捉出现的激波,已成为旋翼流场模拟的一个重要工具。

后掠桨尖作为一种最基本的新型桨尖形式之一,采用 CFD 方法研究后掠桨尖尚不成熟,尤其是前飞状态下,后掠桨尖与矩形桨尖之间的对比关系,只得出了初步结论,未给出这种桨尖旋翼流场的细节特征和影响机理。

本文首先推导后掠桨尖剖面法向马赫数和等效迎角与矩形桨尖的关系,从理论上分析后掠桨尖旋翼的气动特性,并给出保持前缘法向来流速度为常数的桨尖设计方案。在理论分析的基础上,采用基于 Navier-Stokes 方程/自由尾迹分析/全位势方程的混合 CFD 方法^[13],针对后掠新型桨尖旋翼的悬停和前飞跨声速流场进行数值模拟,深入分析不同后掠桨尖及外形参数对旋翼流场、气动特性的影响机理。

1 后掠桨尖旋翼气动特性的理论分析

图1给出了后掠桨尖桨叶(这里不妨简称为“后掠桨叶”)上的来流示意图,图中 Δ 为后掠角, Ω 为旋翼转速, v_0 为前飞速度, ψ 为桨叶所处方位角,

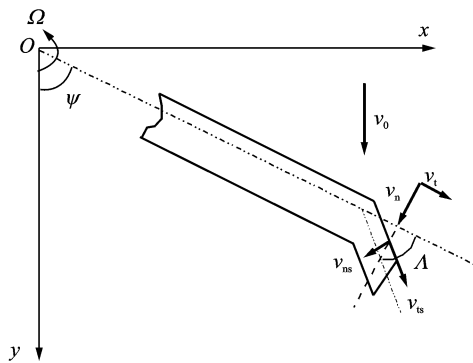


图1 后掠桨尖桨叶来流示意图

v_n 为矩形桨叶前缘法向来流, v_t 为矩形桨叶前缘切向来流, v_{ns} 为后掠桨叶后掠部分前缘法向来流, v_{ts} 为后掠桨叶后掠部分前缘切向来流, r 为桨叶的展向位置。由图1中可以得到

$$\begin{aligned} v_n &= \Omega r + v_0 \sin\psi \\ v_t &= v_0 \cos\psi \\ v_{ns} &= \Omega r \cos\Delta + v_0 \sin(\psi - \Delta) \\ v_{ts} &= \Omega r \sin\Delta + v_0 \cos(\psi - \Delta) \end{aligned} \quad (1)$$

那么后掠桨叶与矩形桨叶的速度对应关系为

$$\begin{aligned} v_{ns} &= v_n \cos\Delta - v_t \sin\Delta = v_n \cos\Delta \left(1 - \frac{v_t}{v_n} \tan\Delta \right) \\ v_{ts} &= v_n \sin\Delta + v_t \cos\Delta = v_n \sin\Delta \left(1 + \frac{v_t}{v_n} \cot\Delta \right) \end{aligned} \quad (2)$$

1.1 剖面等效迎角

设后掠桨叶后掠部分某一剖面的安装角为 φ_1 , 与参考矩形桨叶的安装角相同,可以证明后掠桨叶上后掠部分的剖面等效迎角 α_2 与矩形桨叶上的迎角 α_1 之间的关系式为

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1 - \varphi_1 \frac{v_t}{v_n} \tan\Delta}{\cos\Delta \left(1 - \frac{v_t}{v_n} \tan\Delta \right)} \quad (3)$$

1.2 悬停状态下 v_{ns} 与 v_n 、 α_2 与 α_1 的对比关系

因为 v_0 为零,即 $v_t = 0$,所以 $\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{\cos\Delta}$,而且 $v_{ns} = v_n \cos\Delta$,此时后掠桨尖的作用与后掠机翼有相似之处,由于后掠桨叶上的有效速度低于对应矩形桨叶上的相对速度,可以减弱空气的压缩性,推迟激波的发生,同时可以提高阻力发散马赫数和减缓阻力突增。但与后掠机翼又有所不同,由于桨叶的旋转运动,桨叶后掠部分的法向来流 v_n 沿桨叶展向逐渐变大,而且法向来流的方向指向桨叶内端,因此,在同一展向位置,后掠桨叶上的气流要大于

后掠机翼的情况。此时,作用到桨叶后掠剖面上的压力值不再满足如后掠机翼上的变化规律(约按 $\cos\Delta$ 规律减小)。考虑到等效迎角的变大,此时的后掠剖面上的压力值可能会大于矩形桨叶的情况。

对于后掠桨叶,由于桨叶的旋转运动,桨叶前缘的法向来流沿桨叶展向逐渐变大,如果单纯地采用直线后掠形式,则桨尖处的相对来流可能仍然较大。为了克服这种情况,这里给出一个设计思想,即保证桨叶后掠部分前缘的相对法向来流的速度 v_{ns} (沿展向保持)为一常数。

$$\text{令 } v_{ns} = C, C \text{ 为一常数。有} \\ v_n \cos \Delta = C \quad (4)$$

$$\text{又 } v_n = \Omega r, \text{ 于是得到} \\ \Omega r \cos \Delta = C \quad (5)$$

通过式(5)可以看出,只要后掠角满足 $\Delta(r) = \arccos C / \Omega r$,即能使桨叶后掠部分前缘的相对法向来流速度 v_{ns} 保持为一常数,从而可较优地利用后掠效应。通常需要的是桨叶前缘的分布规律,于是可以通过积分运算得到桨叶后掠部分前缘的坐标值。这里直接给出桨叶前缘的坐标值

$$y(r) = \frac{r}{2r_0} \sqrt{r^2 - r_0^2} - \frac{1}{2} r_0 \operatorname{arccosh} \frac{r}{r_0} \\ r \in [r_0, R] \quad (6)$$

此时,前缘从零度角开始后掠,对应的 $C = \Omega r_0$, r_0 为后掠起始位置, R 为桨叶半径。

1.3 前飞状态下 v_{ns} 与 v_n 、 α_2 与 α_1 的对比关系

因为此时 v_0 不为零,即 $v_i \neq 0$,有

$$\alpha_2 = \frac{\alpha_1 - \varphi_1 \frac{v_i}{v_n} \tan \Delta}{\cos \Delta \left(1 - \frac{v_i}{v_n} \tan \Delta \right)} \quad (7) \\ v_{ns} = v_n \cos \Delta \left(1 - \frac{v_i}{v_n} \tan \Delta \right)$$

从式(7)可以看出,前飞情况要比悬停复杂得多,此时,没有了悬停时简单的后掠效应关系,并且已很难看出 v_{ns} 与 v_n 和 α_2 与 α_1 的大小关系。研究发现,在旋翼旋转一周的过程中,后掠桨尖上的剖面法向来流不一定小于对应的矩形桨尖上的情况,这给后掠桨尖的应用带来了负面影响。

假设 $\varphi_1 = 0$,桨叶后掠的起始位置为 r_0 ,最大前飞速度为 μ_{\max} ,当后掠角满足 $\Delta > 2 \arcsin \frac{R \mu_{\max}}{r_0}$ 时,有 $v_{ns} < v_n$ 成立,此时阻力发散马赫数提高,有减缓阻力剧增的作用,而且相对来流马赫数均小于矩形桨叶的情况,因此有利于提高桨叶的前飞速度。

注意到,在方位角 $[90^\circ, 180^\circ]$ 范围内,相对法向来流值可能较大,即最有可能出现超临界流现象。进一步研究表明,当后掠角只要满足 $\Delta > 2 \operatorname{arccot} \frac{r_0}{R \mu_{\max}}$,此时 $\operatorname{arccot} \frac{r_0}{R \mu_{\max}} < \arcsin \frac{R \mu_{\max}}{r_0}$,在方位角 $[90^\circ, 180^\circ]$ 范围内就不存在后掠桨叶上的相对法向来流值强于矩形桨叶上的情况。当后掠角 $\Delta < 2 \operatorname{arccot} \frac{r_0}{R \mu_{\max}}$ 时,可证明桨叶方位角在 $[90^\circ + \Delta, 270^\circ]$ 之间的某一连续区域,如下

$$\psi \in \left[2 \operatorname{arctan} \frac{-1 - \sqrt{1 - a^2 + b^2}}{a + b}, 360^\circ + 2 \operatorname{arctan} \frac{-1 + \sqrt{1 - a^2 + b^2}}{a + b} \right]$$

有 $\begin{cases} v_{ns} > v_n \\ \alpha_2 < \alpha_1 \end{cases}$ 成立,其中 $a = \frac{\Omega r}{v_0}$ 和 $b = \frac{\sin \Delta}{\cos \Delta - 1}$ 。此时可能出现后掠桨尖上的超临界流强于矩形桨叶上的情况,也就是说,在这些区域后掠桨尖没有减弱压缩性,阻力有可能会增加,这就给后掠桨尖的应用带来一些影响。

在悬停状态时,给出了一种保持前缘法向速度为常数的后掠角分布。分析表明,在有前飞速度的前提下,在每一个方位角处,后掠部分前缘的法向来流速度没有再保持为常数,但是相差不大。

2 基于CFD方法的后掠桨尖旋翼跨声速流场的数值模拟

2.1 CFD方法

为充分考虑旋翼尾迹对流场的影响和减少尾迹的数值耗散,采用作者^[13]已经建立的一个基于Navier-Stokes方程/自由尾迹分析/全位势方程的旋翼流场求解的混合方法来计算旋翼的悬停和前飞流场。该方法将旋翼流场分成以下3个部分:

(1)围绕旋翼桨叶周围的粘性区域,采用可压Navier-Stokes方程来捕捉近场信息,包括激波及旋翼尾迹,将三阶逆风格式(Monotonic upwind scheme for conservation laws, MUSCL)与通量差分裂方法相结合,以改进二阶中心差分格式导致较大尾迹数值耗散的不足。将坐标系定义在惯性系上,建立以绝对物理量为参数的守恒的积分形式的雷诺平均N-S方程,如下

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \mathbf{W} dv + \iint_S (\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_v) \cdot \mathbf{n} ds = 0 \quad (8)$$

式中: \mathbf{W} 为守恒变量; \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_v 分别为无粘和粘性通量。

(2) 离桨叶较远、粘性可以忽略的等熵流区域,以全位势方程来描述其流动。以连续方程为主控方程

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dv + \iint_S \rho(\mathbf{q} - \mathbf{q}_\omega) \cdot \mathbf{n} ds = 0 \quad (9)$$

式中:流速 \mathbf{q} 由自由流速度 \mathbf{q}_∞ 、扰动速度 $\nabla\phi$ 以及诱导速度 \mathbf{q}^v 三部分组成

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_\infty + \nabla\phi + \mathbf{q}^v \quad (10)$$

这里,密度可以通过等熵关系与速度势确立关系。

(3) 在无粘区域中嵌入自由尾迹模型,模拟桨尖涡从粘性区域进入势流范围的发展变化。为便于流场分区求解和信息传递,采用了运动嵌套网格方法,并给出了不同区域之间的信息传递方法^[14]。采用文献[10]的方法来模拟势流区域中的尾迹影响。该方法不仅考虑了桨尖涡,而且包括内部的尾随涡。涡线的主控方程如下

$$\frac{\partial \mathbf{r}(\phi, \zeta)}{\partial \phi} + \frac{\partial \mathbf{r}(\phi, \zeta)}{\partial \zeta} = \frac{1}{\Omega} (\mathbf{q}_\infty + \mathbf{q}^v(\mathbf{r})) \quad (11)$$

式中: \mathbf{r} 为涡线节点位置; ψ 为桨叶的方位角; ϕ 为尾迹寿命角。

关于混合方法的数值验证在文献[13]中已进行了详细展开。

2.2 悬停状态的CFD数值模拟及分析

本文设计了几种有代表性的桨尖:

RT 桨尖:矩形桨尖,其桨叶(NACA0012翼型、无扭转)作为参考桨叶。

SBT 桨尖:常后掠桨尖,后掠起始位置为 $0.85R$ 处,后掠角分别为 $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ 和 40° ,分别对应 SBT-1 桨叶、SBT-2 桨叶、SBT-3 桨叶和 SBT-4 桨叶。

CSBT 桨尖:曲线后掠桨尖,是1.2节中设计的桨叶,后掠起始位置为 $0.85R$ 处。

选取的工作条件为桨尖马赫数 0.88 ,总距角 8° 。

2.2.1 后掠桨尖

图2给出了不同桨尖后掠角的桨叶及矩形桨叶沿展向不同典型剖面的压强系数分布,图3给出了它们的上表面等压线分布图。结合图2和3分析可以看出,后掠可以减弱激波的强度,同时减少跨临界流的范围,这有利于减少激波阻力,尤其是在桨叶后掠的起始位置左右;并且随着后掠角变大,桨叶上表面的吸力中心向桨尖部位移动,同时更靠近桨叶的前缘些,此时,桨尖部位($0.95R \sim 1.0R$)的最低压强系数比矩形桨叶的要小,可导致局部升

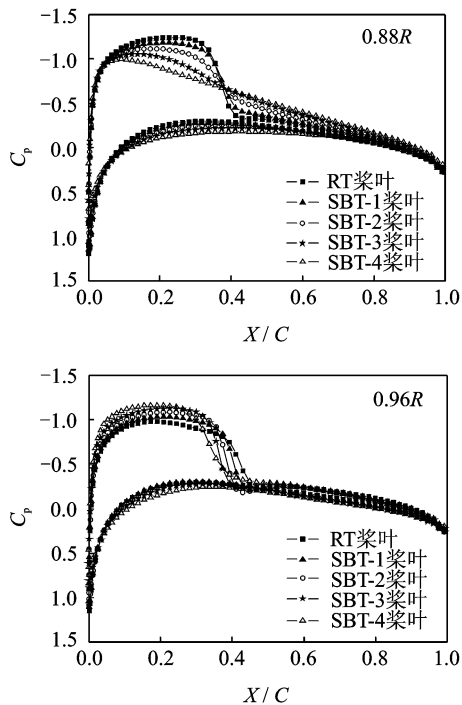


图2 不同后掠角桨叶沿展向4个剖面压强系数分布

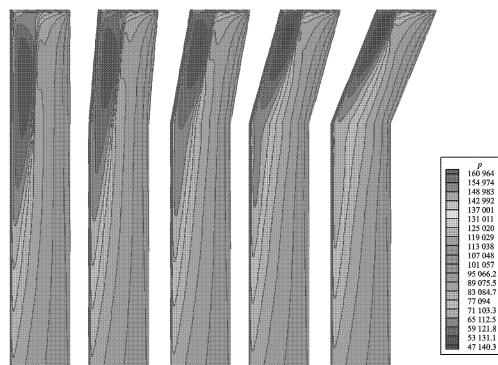


图3 不同后掠角桨叶上表面等压线分布图

力的增加,从而带来阻力的增加,但由于此时的激波更靠近前缘,因而阻力增加也不会很多。

2.2.2 曲线后掠桨尖

图4给出了不同桨叶沿展向不同剖面的压强系数分布,图5给出了它们的上表面等压线分布图。从这两幅图中可以看出,在桨叶后掠段的大部分区域内,在同一展向位置,CSBT桨叶上的激波强度比常后掠桨尖的要小,即减弱激波的能力强于常后掠桨尖,而且CSBT桨叶上的超临界范围最小,体现了曲线后掠桨尖的优势。

2.2.3 不同桨尖旋翼的性能对比

为了比较不同桨尖旋翼的性能,本文计算了这几种不同桨尖旋翼的悬停效率,见表1。可以看出,与矩形桨叶相比,在同一工作状态下(相同转速和

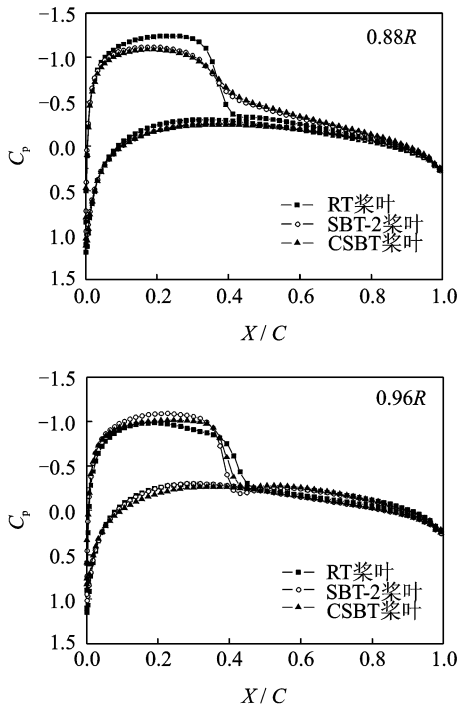


图4 曲线后掠、常后掠与矩形桨叶展向不同剖面的压强系数分布

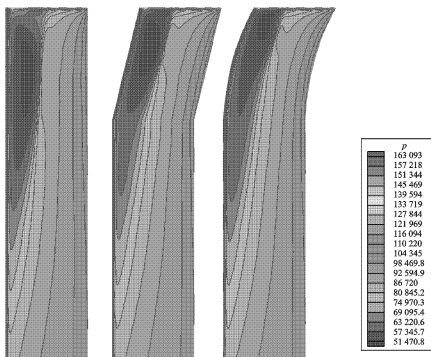


图5 曲线后掠、常后掠与矩形桨叶上表面等压线分布图

表1 不同桨尖旋翼的悬停效率对比

桨尖	RT	SBT-1	SBT-2	SBT-3	SBT-4	CSBT
悬停效率	0.581	0.587	0.594	0.602	0.608	0.619

相同桨距角),随着后掠角的增大,后掠桨尖可以不同程度地提高旋翼的悬停性能,后掠角为40°的桨叶效率提高了2.7%。在相同工作状态下,与常后掠桨尖相比,CSBT旋翼消耗的功率最小,效率最高。因此,曲线后掠桨尖旋翼的悬停性能一般优于常后掠桨尖旋翼。

2.3 前飞状态的CFD数值模拟及分析

工作条件为 $Ma_{tip} = 0.7, \mu = 0.3, \theta(t) = 8^\circ,$

$\beta(t) = 0^\circ, \alpha_s = -7^\circ.$

图6给出了不同桨尖桨叶(RT、SBT-2和CSBT)沿周向0.95R剖面的压强系数分布,图7给出RT和SBT-2桨叶在展向0.95R剖面的法向来流马赫数对比。从图6可以看出,具有常规后掠桨尖的桨叶其激波强度和范围在 $[0^\circ, 90^\circ]$ 方位角内比常规矩形桨叶要小,而且激波位置靠近桨叶的前缘,在 $\psi = 30^\circ$ 时,后掠桨叶上甚至没有出现激波,可解释为后掠导致桨叶前缘来流的相对马赫数较小,体现出后掠桨叶在减弱跨声速流方面的优势。但是在 $[90^\circ, 180^\circ]$ 方位角范围内,后掠桨叶上的激波逐渐强于矩形桨叶的情况,在 $\psi = 120^\circ$ 时,后掠桨叶上的激波位置与矩形桨叶相比离桨叶前缘要远些,但此时的激波强度仍较弱;在 $\psi = 150^\circ$ 之后,后掠20°桨叶上的激波强度和范围均大于矩形桨叶的情况,主要是此时后掠桨叶桨尖部位的法向来流马赫数逐渐大于矩形桨叶的情况,见图7。在 $[90^\circ, 270^\circ]$ 方位角范围内,常规后掠桨尖上的法向等效来流速度存在大于矩形桨叶的区域,这与前面1.3节的理论分析结果一致。

对于曲线后掠桨叶的情况,从图中可以看出,整个桨盘平面的范围内,CSBT桨叶上的激波强度和范围基本均比常规矩形桨叶要小,只是在 $\psi = 150^\circ$ 之后,CSBT桨叶上的激波位置与矩形桨叶相比,离桨叶前缘稍远一些;在整个桨盘平面的范围内,桨叶后掠段的大部分区域内,在同一展向位置,CSBT桨叶上的激波强度比常后掠桨尖(SBT-2)的要小,而且激波位置更加靠近桨叶前缘,即减弱激波的能力强于常后掠桨尖,体现了曲线后掠桨尖的优势。

为了比较这几种桨叶的前飞性能,这里采用旋翼配平方法^[13],使得它们产生的拉力系数相同($C_T/\sigma = 0.075$),以比较它们消耗的功率系数、采用如下的比值 $\frac{C_p/\sigma}{(C_p/\sigma)_{\text{矩形桨叶}}}$ 来表示,将结果列于表2中。可以看出,采用CSBT桨尖的旋翼消耗的功率最少,后掠桨叶旋翼其次,消耗的功率均小于矩形桨叶旋翼。

表2 不同桨尖旋翼的需用功率对比 ($C_T/\sigma = 0.075, \mu = 0.3$)

桨叶	RT	SBT-2	CSBT
$\frac{C_p/\sigma}{(C_p/\sigma)_{\text{矩形桨叶}}}$	1	0.985	0.979

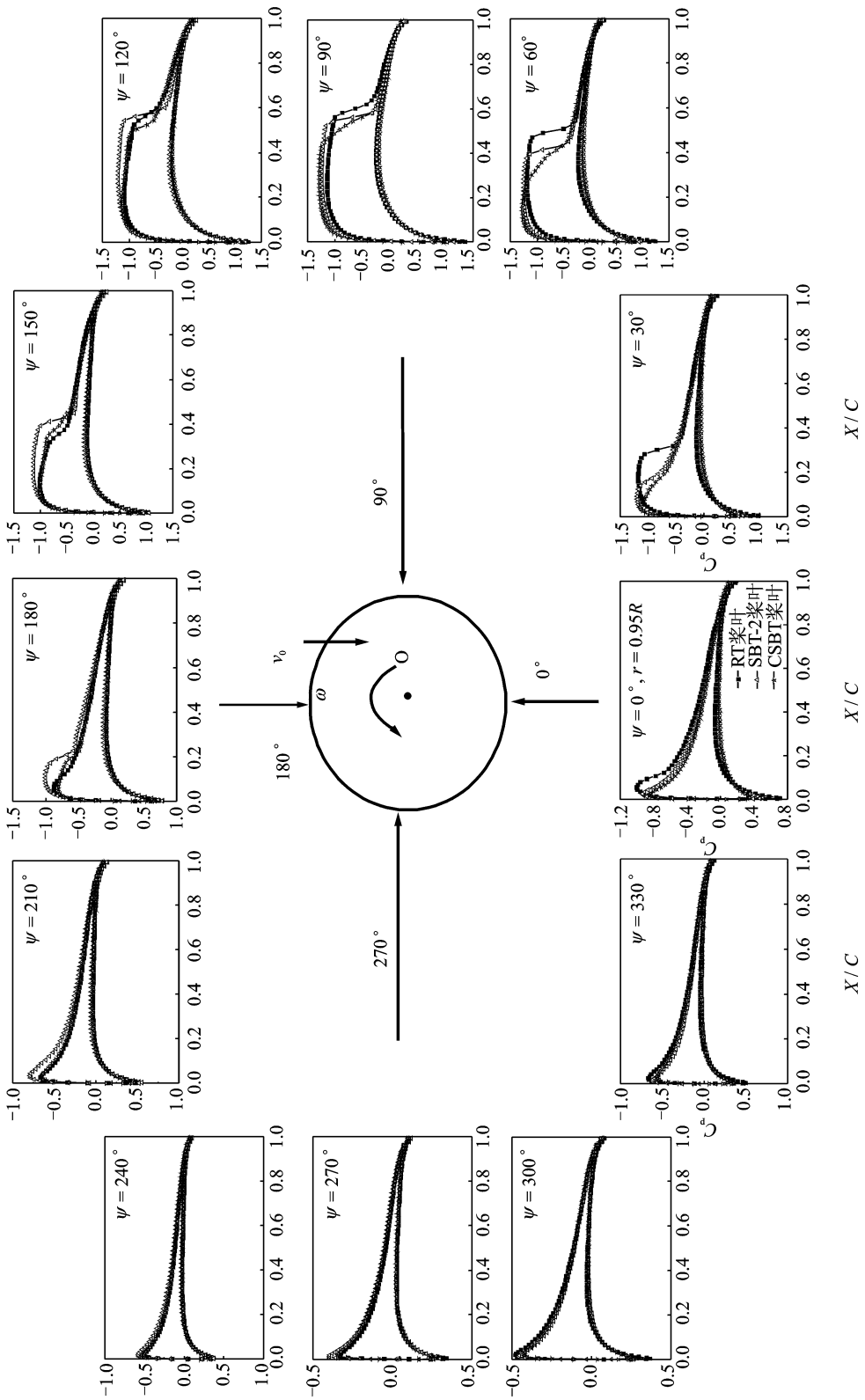


图6 矩形、常后掠及曲线后掠桨叶沿周向0.95R剖面处的压强系数分布

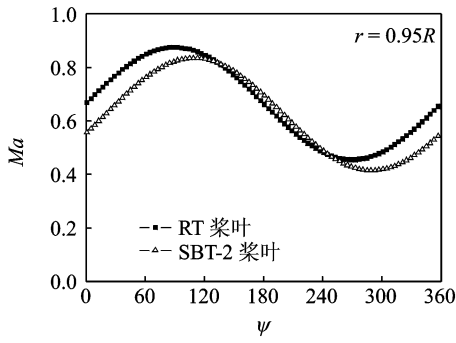


图7 矩形及常后掠桨尖桨叶法向来流马赫数

3 结 论

通过理论分析和数值模拟分析,可总结结论如下:

(1)在悬停状态下,后掠可以减弱激波的强度,同时减少跨临界流的范围,这有利于减少激波阻力,尤其是在桨叶后掠的起始位置左右;并且随着后掠角变大,桨叶上表面的吸力中心向桨尖部位移动,同时更靠近桨叶的前缘些,此时,桨尖部位的最低压强系数比矩形桨叶的要小,可导致局部升力的增加,从而带来阻力的增加,但由于此时的激波更靠近前缘,因而阻力增加也不会很多。因此,后掠桨叶的悬停效率高于矩形桨叶。

(2)在前飞状态下,后掠桨尖上的相对法向来流并不总是比相应矩形桨叶上的小,即在某些方位角上,前者的相对法向来流反而更大。在 $\psi=90^\circ$ 之前,后掠桨叶上的超临界流强度和范围均小于矩形桨叶的情况,在 $\psi=90^\circ$ 之后,后掠桨叶上的超临界流逐渐增强,在桨尖区域甚至强于矩形桨叶,但其前飞性能优于矩形桨叶。

(3)提出了一种桨尖曲线后掠的方案,并给出其分布规律。在悬停状态下,后掠桨尖前缘的相对法向来流一致,前飞状态下,前缘的相对法向来流相差不大,比常后掠桨尖减弱跨声速流动的能力更强。无论是悬停状态还是前飞状态,曲线后掠桨叶的性能均优于常后掠桨叶。

参考文献:

[1] Perry F J. Aerodynamics of the helicopter world speed record[C]// Presented at the American Helicopter Society 43rd Annual Forum. St. Louis Missouri:[s. n.], 1987:3-16.
 [2] Vuillet A. Rotor and blade aerodynamic design[R]. AGARD-R-781, 1990.
 [3] Desopper A, Lafon P, Philippe J J, et al. Effect of an anhedral sweptback tip on the performance of a helicopter rotor[J]. Vertica, 1988, 12(4):345-355.
 [4] Philippe J J, Vuillet A. Aerodynamic design of ad-

vanced rotors with new tip shapes[C]// Presented at the American Helicopter Society 39th Annual Forum. St. Louis, Missouri:[s. n.], 1983:58-71.

- [5] Joncheray Ph. Aerodynamics of helicopter rotor in hover; the lifting-vortex line method applied to dihedral tip blades[J]. Aerospace Science and Technology, 1997, 1:17-25.
 [6] Walsh J L, Bingham G J, Riley M F. Optimization methods applied to the aerodynamic design of helicopter rotor blades[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1987, 32: 39.
 [7] Harrison R, Stacey S, Hansford B. BERP IV-the design, development and testing of an advanced Rotor Blade [C]// Presented at the American Helicopter Society 64th Annual Forum. Montreal, Canada:[s. n.], 2008.
 [8] Dumont A, Le Pape A, Peter J, et al. Aerodynamic shape optimization of hovering rotors using a discrete adjoint of the RANS equations[C]// Presented at the American Helicopter Society 65th Annual Forum. Ft. Worth Texas:[s. n.], 2009.
 [9] Le Pape A, Beaumier P. Numerical optimization of helicopter rotor aerodynamic performance in hover [J]. Aerospace Science and Technology, 2005, 9(3): 191-201.
 [10] 徐国华.应用自由尾迹分析的新型桨尖旋翼气动特性研究[D].南京:南京航空航天大学航空宇航学院, 1996.
 Xu Guohua. Investigation on aerodynamic characteristic of rotor with new tip shape using free wake analysis [D]. Nanjing: College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1996.
 [11] 宋文萍,韩忠华,王立群,等.旋翼桨尖几何形状对旋翼气动噪声影响的定量计算分析[J].计算物理, 2001, 18(6):569-572.
 Song Wenping, Han Zhonghua, Wang Liqun, et al. The effect of blade-tip shape on rotor aeroacoustic noise by Euler/Kirchhoff method[J]. Chinese Journal of Computation Physics, 2001, 18(6): 569-572.
 [12] Zhao Qijun, Xu Guohua. A study on aerodynamic and acoustic characteristics of advanced tip-shape rotors[J]. Journal of American Helicopter Society, 2007, 52(3): 201-213.
 [13] Zhao Qijun, Xu Guohua, Zhao Jinggen. A new hybrid method for predicting the flowfield of helicopter in hover and forward flight[J]. Journal of Aircraft, 2006, 43(2):373-380.
 [14] Zhao Qijun, Xu Guohua, Zhao Jinggen. Numerical simulations of the unsteady flowfield of helicopter rotors on moving embedded grids[J]. Aerospace Science and Technology, 2005, 9(2):117-124.