

无减摆器旋翼桨叶气弹稳定性分析

夏品奇 周景良

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室, 南京, 210016)

摘要:无减摆器旋翼具有桨毂结构简单、桨毂气动阻力小、桨毂维护简便等优点,但取消了桨毂减摆器后必须确保桨叶在摆振方向有足够的阻尼以保证桨叶的摆振稳定性。基于气弹耦合的方法是实现无减摆器旋翼桨叶摆振稳定性的一个有效方法。建立了无减摆器无铰式旋翼桨叶带有预锥角、下垂角、后掠角和预扭角等结构参数的非线性气弹动力学模型,利用伽辽金方法把桨叶偏微分运动方程简化为非线性常微分平衡方程和关于平衡位置的小扰动运动方程,分析了桨叶的气弹稳定性并进行了参数影响分析。数值结果表明,合理的桨叶结构参数和气弹耦合可确保无减摆器旋翼桨叶在摆振方向的气弹稳定性。

关键词:无减摆器旋翼;无铰式桨叶;气弹耦合;气弹稳定

中图分类号:V275.1

文献标识码:A

文章编号:1005-2615(2012)05-0700-06

Aeroelastic Stability of Damperless Rotor Blade

Xia Pinqi, Zhou Jingliang

(National Key Laboratory of Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University
of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The damperless rotor has the advantage of the hub with simple structure, small aerodynamic drag and easy maintainance. However, without blade lag damper, the blade must have sufficient damping in the lag direction to ensure lag stability. And the aeroelastic coupling based method can approach that effectively. Therefore, the nonlinear aeroelastic dynamic model is established for the damperless and hingeless rotor blade with structural parameters of pre-cone angle, pre-droop angle, sweep angle and pre-twist angle. By using the Galerkin method, the partial differential equations of motion are simplified to the nonlinear ordinary differential balance equations and the small perturbation equations for the equilibrium positions. The blade aeroelastic stability and the parameters effects are analyzed. The numerical results show that reasonable structural parameters and aeroelastic coupling of blade can ensure the aeroelastic stability of damperless rotor blade in the lag direction.

Key words: damperless rotor; hingeless rotor; aeroelastic coupling; aeroelastic stability

直升机旋翼在旋转过程中,由于桨叶在摆振方向(即旋翼面内方向)的气动阻尼很小,因而无论是铰接式旋翼、还是无铰式旋翼或无轴承旋翼,在旋翼桨毂(或叶间)都要安装摆振阻尼器(简称减摆器),以提供额外的摆振阻尼,确保旋翼桨叶的稳定性,防止直升机发生“地面共振”或“空中共振”等机械/气动稳定性。安装减摆器也给直升机带来许多

问题,如增加了旋翼系统的结构复杂性和力学复杂性;增加了桨毂的体积、重量、气动阻力;增加了桨毂的保养、维护等问题。因而,去掉减摆器的无减摆器旋翼^[1]成为一种新概念旋翼,如图1所示。

设计无减摆器旋翼,最大的问题是要确保旋翼面内有足够的阻尼,主要有3种方法实现:(1)桨叶采用高阻尼材料,这是一种非常理想的途径,但现

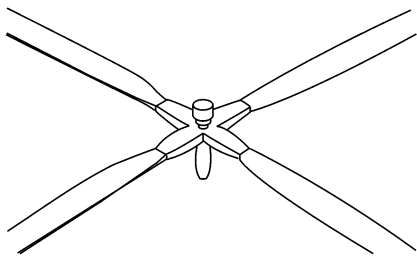


图1 无减摆器旋翼概念图

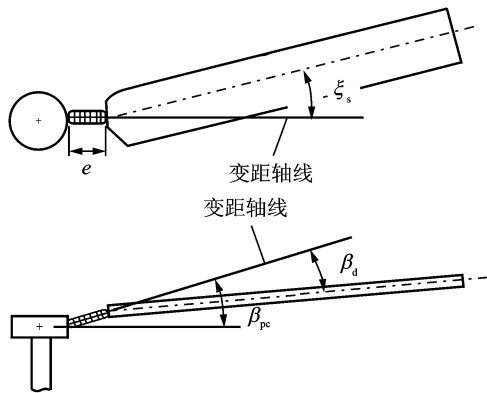


图2 无铰式旋翼桨叶结构

今的材料设计和制造技术水平仍不能达到此要求；(2)采用后缘小翼的主动控制桨叶,这种方法难度很大,控制系统复杂,离实用还有很大差距；(3)采用气弹耦合方法,通过设计桨叶参数,如桨叶预锥角、下垂角、预扭角、后掠角、挥摆耦合系数等结构参数,使桨叶产生合理的挥-摆气动耦合,提升旋翼在摆振方向的稳定性。

本文采用气弹耦合方法,研究悬停状态下无减摆器无铰式旋翼桨叶的气弹稳定性,通过桨叶预锥角、下垂角、预扭角、预掠角和挥摆耦合系数的合理配置,实现旋翼桨叶的气弹稳定。桨叶模型基于Hodges的悬臂梁桨叶中等挠度模型^[2],建立了无减摆器无铰式旋翼桨叶带有预锥角、下垂角、后掠角和预扭角的非线性动力学模型,采用伽辽金法将动力学偏微分方程简化为常微分方程,并线性化为平衡位置的小扰动运动方程,进行了桨叶气弹稳定性分析及参数影响分析。

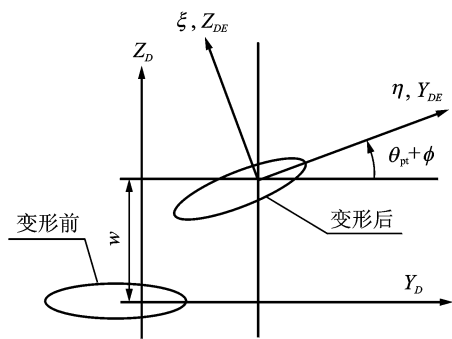


图3 桨叶剖面变形前、后位置

1 桨叶运动方程

无减摆器无铰式旋翼桨叶的结构模型如图2所示,桨叶含有预锥角 β_{pc} ,下垂角 β_d ,预掠角 ξ_s ,预扭角 θ_{pt} 沿桨叶线性变化 $\theta_{pt} = -\theta_t \bar{x}$ (θ_t 为扭转率, \bar{x} 为量纲一轴向位置),变距轴承长度 e ,桨叶坐标及变形前、后的位置如图3,4所示。 $O_D X_D Y_D Z_D$ 是桨叶变形前坐标系,用以定义桨叶的位置。 $O_P X_{DE} Y_{DE} Z_{DE}$ 是桨叶变形后坐标系。桨叶弹性变形前弹性轴上的一点 P_0 沿 X_D, Y_D, Z_D 三个方向分别产生位移 u, v, w 后移动到了 P 点。 X_{DE} 与变形后桨叶弹性轴点 P 处切线重合, Y_{DE} 和 Z_{DE} 分别与桨叶剖面主轴 η 和 ζ 重合。

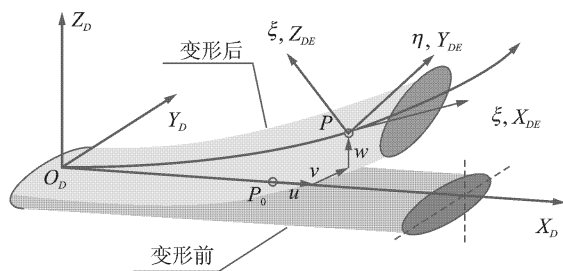


图4 桨叶变形前、后位置

对于有非保守力存在的非保守系统,广义哈密顿原理可以表示为

$$\delta\pi = \int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta T - \delta W) dt = 0 \quad (1)$$

式中, $\delta U, \delta T, \delta W$ 分别为应变能、动能、外力虚功

的变分。直升机旋翼的应变能和动能主要来源于旋翼的桨叶,外力虚功主要来源于气动力和力矩。为推导桨叶的摆振、挥舞和扭转3个方向的运动方程,根据哈密顿原理将每个方程分成3个部分:结构项、惯性项和气动项,三者分别从桨叶的应变能、动能和外力虚功得到^[2]。桨叶应变能变分表达式如下

$$\delta U = \int_0^l \iint_A (\sigma_{xx} \delta \epsilon_{xx} + \sigma_{x\eta} \delta \epsilon_{x\eta} + \sigma_{x\xi} \delta \epsilon_{x\xi}) d\eta d\xi dx \quad (2)$$

式中: $l=R-e_1$ 为桨叶有效长度, e_1 为桨根偏置量; A 为桨叶剖面面积; σ 和 ϵ 分别为工程应力和工程应变。Hodges和Dowell得到如下应变-位移关系^[3]

$$\left. \begin{aligned} \delta \varepsilon_{xx} &= \delta u' + v' \delta v' + w' \delta w' + (\eta^2 + \xi^2)(\theta + \\ &\quad \varphi)' \delta \varphi - \lambda \delta \varphi' - [\eta \cos(\theta + \varphi) - \xi \sin(\theta + \\ &\quad \varphi)](\delta v'' + w'' \delta \varphi) - [\eta \sin(\theta + \varphi) + \\ &\quad \xi \cos(\theta + \varphi)](\delta w'' - v'' \delta \varphi) \\ \delta \varepsilon_{x\eta} &= -\xi \delta \varphi \\ \delta \varepsilon_{x\xi} &= \hat{\eta} \delta \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $\hat{\xi} = \xi + \frac{\partial \lambda}{\partial \eta}$; $\hat{\eta} = \eta - \frac{\partial \lambda}{\partial \xi}$; λ 为截面翘曲函数。桨叶的动能变分是

$$\delta T = \int_0^l \iiint_A \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} d\eta d\xi dx \quad (4)$$

式中: ρ 为桨叶密度; \mathbf{v} 为桨叶速度矢量。桨叶的虚功变分是

$$\delta W = \int_0^l (L_u \delta u + L_v \delta v + L_w \delta w + M_\varphi \delta \varphi) dx \quad (5)$$

式中: L_u, L_v, L_w 为桨叶单位长度上的气动力; M_φ 为单位长度上的气动力矩, 可基于 Theodorsen 二维翼型理论计算^[4]。

将式(2~5)代入方程(1), 可得桨叶在摆振、挥舞和扭转3个方向的量纲一运动方程如下:

(1) 摆振方向的量纲一运动方程

$$\begin{aligned} \Lambda_2 \bar{v}'''' - (\Lambda_2 - \Lambda_1) \{ \bar{v}'''' S_{\bar{\theta}_0}^2 - S_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \varphi) \bar{v}'']'' + \\ C_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \varphi)^2 \bar{v}'']'' \} + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \left\{ -\bar{w}'''' \frac{S_{2\bar{\theta}_0}}{2} + \right. \\ \left. C_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \varphi) \bar{w}'']'' + S_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \varphi)^2 \bar{w}'']'' \right\} - \\ (\tau \bar{v}')' + \bar{x} \beta_1 S_{\theta_0} - \bar{v} C_{\theta_0}^2 + \bar{w} S_{\theta_0} C_{\theta_0} - \\ 2C_{\theta_0} \int_0^{\bar{x}} (\bar{v}' \dot{v}' + \bar{w}' \dot{w}') d\bar{x} - 2\bar{w} \beta_1 + \ddot{\bar{v}} + \\ 2\bar{k}_{m2}^2 S_{\theta_0} \dot{\phi}' + \frac{\gamma}{6} (\bar{x} \bar{v}_i C_{2\theta_0} - \bar{x}^2 S_{\theta_0} C_{\theta_0}) \phi + \\ \left[2 \frac{c_{d0}}{a} \bar{x} C_{\theta_0} - (\theta_{pt} + \varphi) (\bar{x} S_{\theta_0} - \bar{v}_i C_{\theta_0}) \right] \dot{\bar{v}} + \\ \{ \bar{x} [2S_{\theta_0} + (\theta_{pt} + \varphi) C_{\theta_0}] - 2\bar{v}_i C_{\theta_0} \} \dot{\bar{w}} = \\ \frac{\gamma}{6} \left[\bar{x}^2 S_{\theta_0}^2 + \bar{x}^2 \theta_{pt} S_{\theta_0} C_{\theta_0} + \bar{v}_i^2 C_{\theta_0}^2 - \bar{x} (S_{2\theta_0} + \right. \\ \left. \theta_{pt} C_{2\theta_0}) \bar{v}_i - \frac{c_{d0}}{a} \bar{x}^2 C_{\theta_0}^2 \right] \end{aligned} \quad (6a)$$

(2) 挥舞方向的量纲一运动方程

$$\begin{aligned} \Lambda_1 \bar{w}'''' + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \left\{ -\bar{v}'''' \frac{S_{2\bar{\theta}_0}}{2} + C_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \right. \\ \left. \varphi) \bar{w}'']'' + S_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \varphi)^2 \bar{w}'']'' \right\} + (\Lambda_2 - \\ \Lambda_1) \{ \bar{w}'''' S_{\bar{\theta}_0}^2 - S_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \varphi) \bar{w}'']'' + C_{2\bar{\theta}_0} [(\theta_{pt} + \\ \varphi)^2 \bar{w}'']'' \} - (\tau \bar{w}')' + \bar{e}_1 (\beta_{pc} C_{\theta_0} - \beta_D) + \\ \bar{x} \beta_1 C_{\theta_0} + \bar{v} S_{\theta_0} C_{\theta_0} - \bar{w} S_{\theta_0}^2 - 2S_{\theta_0} \int_0^{\bar{x}} (\bar{v}' \dot{v}' + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{w}' \dot{w}') d\bar{x} - 2\bar{v} \beta_1 + \ddot{\bar{v}} + 2\bar{k}_{m1}^2 C_{\theta_0} \dot{\phi}' + \\ \frac{\gamma}{6} \left[-(\bar{x}^2 + 2\bar{e}_1 \bar{x}) C_{\theta_0}^2 \phi - \bar{x}^2 C_{\theta_0}^2 \int_0^{\bar{x}} \bar{v}' \bar{w}'' d\bar{x} - \right. \\ \left. \frac{\bar{x} c}{2} \bar{w} C_{\theta_0}^2 + \bar{x} \bar{w}' C_{\theta_0}^2 + \bar{x} \bar{v} \beta_1 C_{\theta_0} - \left(\frac{\bar{c}}{4} \right)^2 \ddot{\phi} + \right. \\ \left. \{ \bar{v}_i C_{\theta_0} - \bar{x} [S_{\theta_0} + 2(\theta_{pt} + \varphi) C_{\theta_0}] \} \dot{\bar{v}} + (\bar{x} + \right. \\ \left. \bar{e}_1) C_{\theta_0} \dot{\bar{w}} + \frac{\bar{c}}{4} \ddot{\bar{w}} - \frac{3\bar{c}}{4} \bar{x} C_{\theta_0} \dot{\phi} \right] = \frac{\gamma}{6} \left[(\bar{x}^2 + \right. \\ \left. 2\bar{e}_1 \bar{x}) C_{\theta_0} (S_{\theta_0} + \theta_{pt} C_{\theta_0}) - (\bar{x} + \bar{e}_1) \bar{v}_i \bar{x} C_{2\theta_0} + \right. \\ \left. \frac{\bar{c}}{2} \bar{x} \beta_1 C_{\theta_0} - \bar{x}^2 \beta_{pc} \xi_s C_{\theta_0} \right] \end{aligned} \quad (6b)$$

(3) 扭转方向的量纲一运动方程

$$\begin{aligned} -\bar{k}_A^2 \left[\left(\frac{1 - \bar{x}^2}{2} \right) (\theta_{pt} + \phi)' \right]' - \kappa \phi'' + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \cdot \\ \{ [(\theta_{pt} + \phi) C_{2\bar{\theta}_0} - S_{2\bar{\theta}_0}] \left(\frac{\bar{w}''^2 - \bar{v}''^2}{2} \right) + \\ \bar{v}'' \bar{w}'' [C_{2\bar{\theta}_0} + 2(\theta_{pt} + \phi) S_{2\bar{\theta}_0}] \} + (\bar{k}_{m2}^2 - \\ \bar{k}_{m1}^2) [S_{\theta_0} C_{\theta_0} + (\theta_{pt} + \phi) C_{2\theta_0}] + 2(\bar{k}_{m2}^2 S_{\theta_0} \dot{v}' + \\ \bar{k}_{m1}^2 C_{\theta_0} \dot{w}') + \bar{k}_m^2 \ddot{\phi} + \frac{\gamma \bar{c}^2}{96} [2\bar{x} C_{\theta_0} \dot{\phi} + \bar{x} C_{\theta_0}^2 \bar{w}' - \\ \ddot{w}'] = -\frac{\gamma \bar{c}^2}{96} \bar{x} C_{\theta_0} \beta_1 \end{aligned} \quad (6c)$$

式中: S 和 C 分别表示 \sin 和 \cos ; $\beta_1 = \beta_{pc} + \xi_s \sin \theta_0 - \beta_d \cos \theta_0$; $\bar{v}_i = v_i / \Omega l$; $\bar{\theta}_0 = (1 - \mathcal{R}) \theta_0$, \mathcal{R} 为挥舞-摆振耦合系数; $\Lambda_1 = EI_y / m \Omega^2 l^4$, $\Lambda_2 = EI_z / m \Omega^2 l^4$ 和 $\kappa = GJ / m \Omega^2 l^4$ 分别为桨叶量纲一摆振、挥舞和扭转刚度。需要指出的是, 由于桨毂没有减摆器, 因而方程(6)不含减摆器的阻尼。

2 桨叶运动方程求解

桨叶气弹稳定性是指桨叶在气动力、惯性力、弹性力、阻尼力、离心力作用下, 桨叶在平衡位置受到小扰动后, 桨叶运动如收敛, 则气弹稳定; 桨叶运动如发散, 则气弹不稳定。因此, 要将桨叶运动方程变化为非线性平衡方程和小扰动方程。使用伽辽金法将桨叶偏微分运动方程(6)简化为常微分方程, 量纲一桨叶弯曲位移($\bar{v} = v/R$, $\bar{w} = w/R$)和扭转位移 φ 可以使用一系列的广义坐标和模态形状函数给出如下

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \sum_{j=1}^N V_j \Psi_j(\bar{x}) \\ \bar{w} &= \sum_{j=1}^N W_j \Psi_j(\bar{x}) \\ \varphi &= \sum_{j=1}^N \Phi_j \Theta_j(\bar{x}) \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\Psi = \Omega t, \bar{x} = x/R, \Psi_j(\bar{x})$ 和 $\Theta_j(\bar{x})$ 分别为弯曲位移和扭转位移模态形状函数, 定义如式(3), 其中 α_j, β_j 为常量, $\gamma_j = \pi(j-1/2)$ 。

$$\begin{aligned} \Psi_j(\bar{x}) &= \cosh(\beta_j \bar{x}) - \cos(\beta_j \bar{x}) - \\ &\alpha_j [\sinh(\beta_j \bar{x}) - \sin(\beta_j \bar{x})] \quad (8) \\ \Theta_j(\bar{x}) &= \sqrt{2} \sin(\gamma_j \bar{x}) \end{aligned}$$

将式(7)代入方程(6), 得到 $3N$ 个关于 V_j, W_j 和 Φ_j 的模态方程。将 $3N$ 个非线性、非齐次、常系数的常微分方程线性化为关于平衡位置的小扰动方程, 并将与时间有关的广义坐标用稳态量和小扰动量表示如下

$$\begin{aligned} V_j(\psi) &= V_{0j} + \Delta V_j(\psi) \\ W_j(\psi) &= W_{0j} + \Delta W_j(\psi) \\ \Phi_j(\psi) &= \Phi_{0j} + \Delta \Phi_j(\psi) \end{aligned} \quad (9)$$

式中: V_{0j}, W_{0j} 和 Φ_{0j} 为稳态量; $\Delta V_j, \Delta W_j$ 和 $\Delta \Phi_j$ 为小扰动量。以上运算得到两组方程, 将稳态量代入非线性模态方程中得到第一组 $3N$ 个关于 V_{0j}, W_{0j} 和 Φ_{0j} 的非线性平衡方程如下。

(1) 摆振运动平衡方程

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N \left(\Lambda_2 \beta_j^4 \delta_{ij} V_{0j} - (\Lambda_2 - \Lambda_1) \left[S_{\theta_0}^2 \beta_j^4 \delta_{ij} - \right. \right. \\ &S_{2\bar{\theta}_0} \left(\sum_{k=1}^N \varphi_{0k} V_{kij} - \theta_t P_{ij} \right) \left. \right] + C_{2\bar{\theta}_0} \sum_{k=1}^N \varphi_{0k} \\ &\left(\sum_{l=1}^N \varphi_{0l} Y_{klj} - 2\theta_t V'_{kij} \right) \left. \right] V_{0j} + (\Lambda_2 - \\ &\Lambda_1) \left[-\frac{S_{2\bar{\theta}_0}}{2} \beta_j^4 \delta_{ij} + C_{2\bar{\theta}_0} \left(\sum_{k=1}^N \varphi_{0k} V_{kij} - \theta_t P_{ij} \right) + \right. \\ &S_{2\bar{\theta}_0} \sum_{k=1}^N \varphi_{0k} \left(\sum_{l=1}^N \varphi_{0l} Y_{klj} - 2\theta_t V'_{kij} \right) \left. \right] W_{0j} + \\ &(M_{ij} + \bar{e}_1 L_{ij}) V_{0j} - V_{0j} \delta_{ij} C_{\theta_0}^2 + W_{0j} \delta_{ij} S_{\theta_0} C_{\theta_0} + \\ &\frac{\gamma}{6} \left[(\bar{v}_i C_{2\theta_0} Q_{ij} - S_{\theta_0} C_{\theta_0} R_{ij}) \varphi_{0j} \right] = -\bar{e}_1 (\beta_{pc} S_{\theta_0} + \\ &\xi_s) A_i - \beta_1 S_{\theta_0} B_i + \frac{\gamma}{6} \left[(C_i + 2\bar{e}_1 B_i) S_{\theta_0}^2 - \right. \\ &\theta_t C_i S_{\theta_0} C_{\theta_0} + \bar{v}_i^2 C_{\theta_0}^2 A_i - \bar{v}_i (S_{2\theta_0} B_i - \\ &\left. \theta_t C_{2\theta_0} C_i) - \frac{C_{d0}}{a} C_{\theta_0}^2 C_i \right] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10a) \end{aligned}$$

(2) 挥舞运动平衡方程

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N \left\{ \Lambda_1 \beta_j^4 \delta_{ij} W_{0j} + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \left[S_{\theta_0}^2 \beta_j^4 \delta_{ij} - \right. \right. \\ &S_{2\bar{\theta}_0} \left(\sum_{k=1}^N \phi_{0k} V_{kij} - \theta_t P_{ij} \right) + C_{2\bar{\theta}_0} \sum_{k=1}^N \phi_{0k} \left(\sum_{l=1}^N \phi_{0l} Y_{klj} - \right. \\ &\left. \left. 2\theta_t V'_{kij} \right) \left. \right] W_{0j} + (\Lambda_2 - \Lambda_1) \left[-\frac{S_{2\bar{\theta}_0}}{2} \beta_j^4 \delta_{ij} + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &C_{2\bar{\theta}_0} \left(\sum_{k=1}^N \phi_{0k} V_{kij} - \theta_t P_{ij} \right) + S_{2\bar{\theta}_0} \sum_{k=1}^N \phi_{0k} \left(\sum_{l=1}^N \phi_{0l} Y_{klj} \right. \\ &\left. - 2\theta_t V'_{kij} \right) \left. \right] V_{0j} + (M_{ij} + \bar{e}_1 L_{ij}) W_{0j} - W_{0j} \delta_{ij} S_{\theta_0}^2 \\ &+ V_{0j} \delta_{ij} S_{\theta_0} C_{\theta_0} + \frac{\gamma}{6} \left[\sum_{k=1}^N U_{ijk} V_{0j} W_{0k} C_{\theta_0}^2 - (R_{ij} + \right. \\ &2\bar{e}_1 Q_{ij}) C_{\theta_0}^2 \phi_{0j} + \beta_1 C_{\theta_0} I_{ij} V_{0j} - \frac{\bar{c}}{2} C_{\theta_0}^2 O_{ij} W_{0j} \left. \right] = \\ &\frac{\gamma}{6} \left[(C_i + 2\bar{e}_1 B_i) S_{\theta_0} C_{\theta_0} - \theta_t C_{\theta_0}^2 (D_i + 2\bar{e}_1 C_i) - \right. \\ &\bar{v}_i C_{2\theta_0} (B_i + \bar{e}_1 A_i) + \beta_1 \frac{\bar{c}}{2} C_{\theta_0} B_i - \beta_{pc} \xi_s C_{\theta_0} C_i \left. \right] - \\ &\bar{e}_1 (\beta_{pc} C_{\theta_0} - \beta_D) A_i - \beta_1 C_{\theta_0} B_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10b) \end{aligned}$$

(3) 扭转运动平衡方程

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^N \left((\Lambda_2 - \Lambda_1) \left\{ \sum_{k=1}^N V_{ijk} \left[-\frac{S_{2\bar{\theta}_0}}{2} (W_{0j} W_{0k} - \right. \right. \right. \\ &V_{0j} V_{0k}) + C_{2\bar{\theta}_0} V_{0j} W_{0k} \left. \right] \right\} + \theta_t \sum_{k=1}^N V'_{ijk} \left[C_{2\bar{\theta}_0} (W_{0j} \cdot \right. \\ &W_{0k} - V_{0j} V_{0k}) + 2S_{2\bar{\theta}_0} V_{0j} W_{0k} \left. \right] + \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N Y_{ijkl} \cdot \\ &\phi_{0j} \left[C_{2\bar{\theta}_0} (W_{0k} W_{0l} - V_{0k} V_{0l}) + 2S_{2\bar{\theta}_0} V_{0k} W_{0l} \right] + \\ &(\bar{k}_A^2 N_{ij} + \kappa \gamma_j^2 \delta_{ij}) \phi_{0j} + (\bar{k}_{m2}^2 - \bar{k}_{m1}^2) \phi_{0j} \delta_{ij} C_{2\theta_0} + \\ &\frac{\gamma \bar{c}^2}{96} C_{\theta_0}^2 Q'_{ij} W_{0j} \left. \right) = \frac{\gamma \bar{c}^2}{96} C_{\theta_0} \beta_1 F_i - (\bar{k}_{m2}^2 - \bar{k}_{m1}^2) \cdot \\ &(S_{\theta_0} C_{\theta_0} E_i - \theta_t F_i C_{2\theta_0}) + \bar{k}_A^2 \theta_t F_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10c) \end{aligned}$$

将式(7)代入非线性运动方程(6)后减去平衡方程(10)并消去非线性小扰动量, 得到第二组 $3N$ 个关于 $\Delta V_j, \Delta W_j$ 和 $\Delta \Phi_j$ 的齐次常微分方程组如下

$$[M]\{\Delta \ddot{X}\} + [C]\{\Delta \dot{X}\} + [K]\{\Delta X\} = 0 \quad (11)$$

式中: $\{\Delta X\} = \{\Delta V_1 \dots \Delta V_N, \Delta W_1 \dots \Delta W_N, \Delta \Phi_1 \dots \Delta \Phi_N\}^T$; $[M], [C], [K]$ 分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, 三者都是关于 V_{0j}, W_{0j} 和 Φ_{0j} 的函数。为简化数值计算, 方便特征值分析, 将扰动方程(11)用矩阵形式给出如下

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \Delta \dot{X} \\ \Delta \ddot{X} \end{array} \right\} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M - K & -M - C \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \Delta X \\ \Delta \dot{X} \end{array} \right\} = \\ &[P] \left\{ \begin{array}{l} \Delta X \\ \Delta \dot{X} \end{array} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

求解方程(12)的特征值, 特征值的实部代表阻尼、虚部代表频率。当阻尼为负值时, 表示系统稳定, 当阻尼为正值时, 系统不稳定。

3 气弹稳定性分析

桨叶在扰动下的响应主要以桨叶的低频响应为主,因此在本文中的计算中考虑桨叶的二阶挥舞、一阶摆振和一阶扭转。计算用的无减摆器旋翼桨叶结构参数和工作参数分别为 $\theta_0/\text{rad}=0.0\sim 0.30$; $R=0.0, 0.4, 0.8, 1.0$; $\beta_{pc}/\text{rad}=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$; $\xi_s/\text{rad}=-0.1, 0.0, 0.1, 0.2$; $\beta_D/\text{rad}=-0.2, -0.1, 0, 0.1$; $\theta_t/\text{rad}=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$; $\bar{e}_1=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$; $(k_A/k_m)^2=1.5$; $\bar{k}_m=0.025$; $\bar{k}_{m1}/\bar{k}_{m2}=0.0$; $\sigma=0.1$; $c=\pi/40$; $\omega_v/\Omega=0.7$; $\omega_w/\Omega=1.15$; $\omega_\delta/\Omega=5.0$; $\gamma=5.0$; $C_{d0}=0.01$; $a=2\pi$ 。

在上述参数下,计算桨叶在不同变距角下挥舞-摆振耦合系数、预锥角、预掠角、下垂角、预扭角、桨根偏置量对桨叶摆振阻尼的影响,分别如图5~10所示。从图5可以看出,挥舞-耦合系数 R 对摆振阻尼影响较小,但随着 R 的增大,摆振阻尼增大,在变距角较大时增加较为明显。从图6可以看出,预锥角对摆振阻尼较小,在变距角较小时影响稍大些。在变距角为零时,预锥角增加对摆振稳定不利,甚至出现摆振不稳定。从图7可以看出,后掠角对摆振阻尼很小。从图8可以看出,下垂角对摆振阻

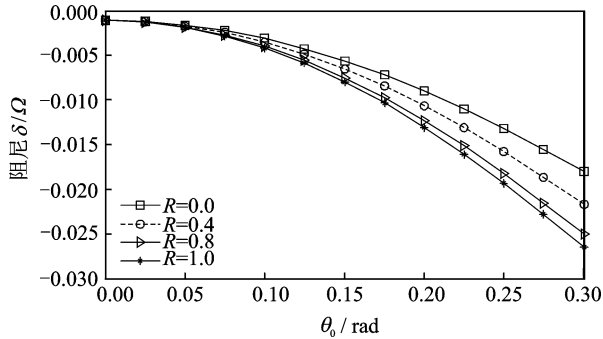


图5 变距角和挥舞-摆振耦合系数对扭转阻尼的影响

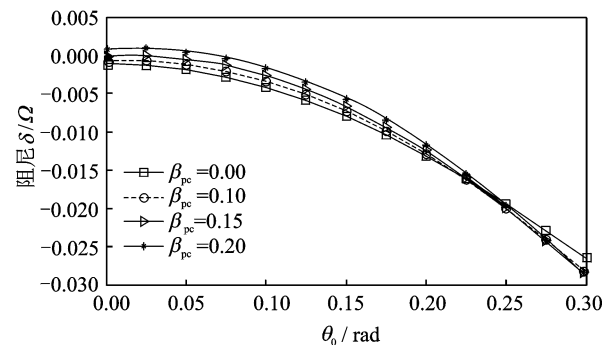


图6 变距角和预锥角对摆振阻尼的影响

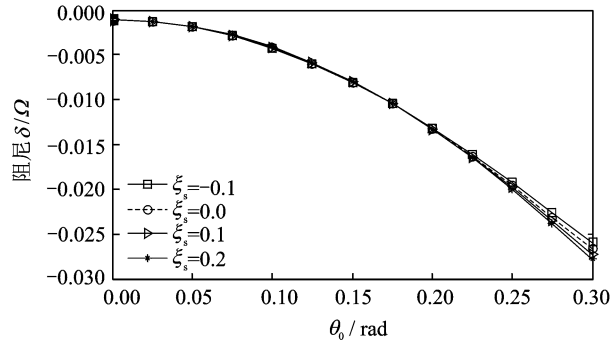


图7 变距角和预掠角对摆振阻尼的影响

尼有一定的影响。在下垂角为负值时,桨叶摆振为正值,摆振运动不稳定。从图9可以看出,预扭角对桨叶摆振阻尼的影响很明显且比较复杂,在桨叶没有预扭角的情况下,摆振阻尼随着变距角的增大而增大;当桨叶存在预扭角时,摆振阻尼先随变距角的增大而减小,达到一定程度后又随着变距角的增大而增大。从图10可以看出,较偏置量在变距角较小时对摆振阻尼影响很小,在变距角较大时对摆振阻尼影响较大。

在上述无减摆器旋翼桨叶气弹稳定性分析的基础上,可选择桨叶结构参数,作为设计的桨叶并满足气弹稳定性的要求,选择的20个桨叶参数如表1所示。在该组参数下桨叶的摆振阻尼与频率如

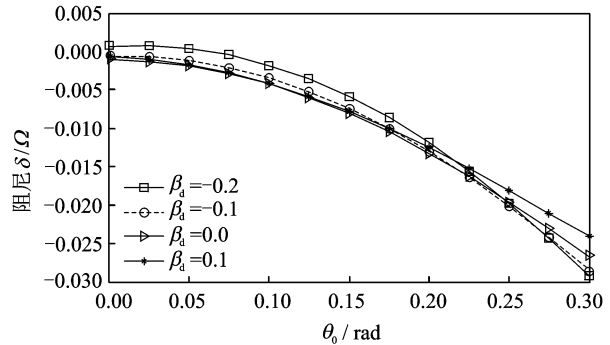


图8 变距角和下垂角对摆振阻尼的影响

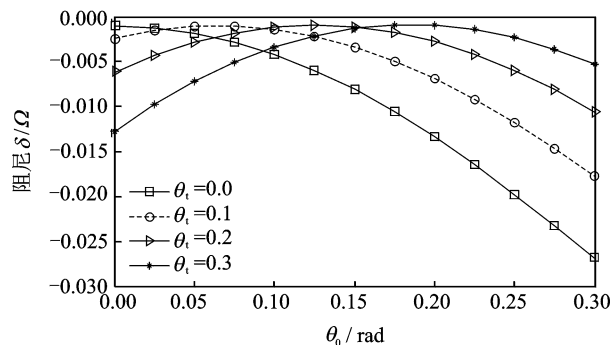


图9 变距角和预扭角对摆振阻尼的影响

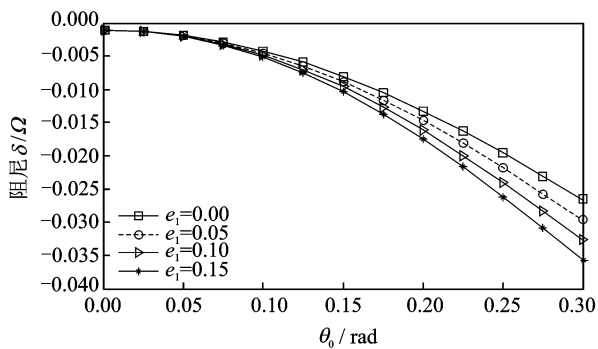


图10 变距角和桨根偏置量对摆振阻尼的影响

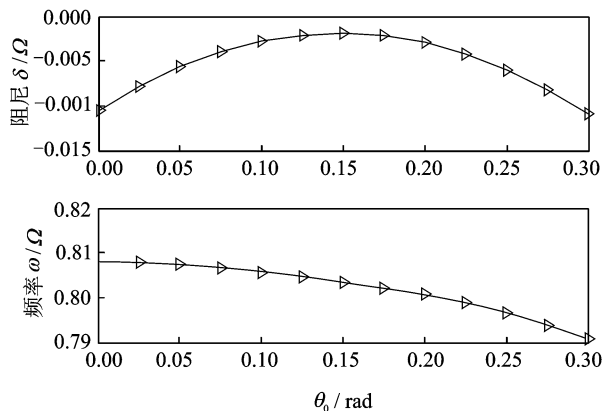


图11 设计桨叶的摆振阻尼与频率

图11所示,桨叶稳定。

表1 无减摆器旋翼桨叶结构参数

序号	参数	参数值	序号	参数	参数值
1	ω_v/Ω	0.7	11	$\Lambda_2 = EI_z / m\Omega^2 l^4$	0.026 971
2	ω_w/Ω	1.15	12	$\Lambda_1 = EI_y / m\Omega^2 l^4$	0.014 605
3	ω_φ/Ω	5.0	13	$\kappa = GJ / m\Omega^2 l^4$	0.005 6728
4	$(k_A/k_m)^2$	1.5	14	β_{pc}/rad	0.09
5	\bar{k}_m	0.025	15	β_D/rad	0.085
6	$\bar{k}_{m1}/\bar{k}_{m2}$	0.0	16	ξ_s/rad	0.0
7	γ	5.0	17	θ_t/rad	0.255
8	\bar{c}	$\pi/40$	18	\bar{e}_1	10%
9	C_{d0}	0.01	19	θ_0/rad	0.0~0.30
10	a	2π	20	σ	0.1

4 结束语

无减摆器旋翼具有桨毂结构简单、桨毂气动阻力小、桨毂维护简便等优点。基于气弹耦合的方法是确保无减摆器旋翼桨叶摆振阻尼的一个有效方法。本文建立了悬停状态下无减摆器无铰式旋翼桨叶气弹稳定性的分析方法。数值结果表明,气弹耦合方法可确保桨叶在摆振方向的稳定性。

参考文献:

[1] Ormiston R A. The challenge of the damperless Rotor [C]//Proceedings of the 22nd European Rotor-

craft Forum. Brighton, England; [s. n.],1996:27. 1-27. 14.

[2] Hodges D. Nonlinear equations of motion for cantilever rotor blades in hover with pitch link flexibility, twist, precone, droop, sweep, torque offset, and blade root offset [R]. NASA TM X-73112, 1976.

[3] Hodges D, Dowell E. Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted nonuniform rotor blades[R]. NASA TN D-7818,1974.

[4] Leishman, J. Principles of helicopter aerodynamics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.