

# 钢筋混凝土结构钢筋腐蚀全过程的力学分析

李俊 吴瑾

(南京航空航天大学航空宇航学院, 南京, 210016)

**摘要:**将钢筋、锈层及周围混凝土简化为多层空心厚壁圆筒模型, 分别采用弹性和弹塑性方法分析了钢筋均匀腐蚀过程(钢筋腐蚀引起混凝土胀裂、完全开裂、裂缝达到一定宽度)。在理论上通过分析钢筋腐蚀率、锈胀力及混凝土保护层内边缘位移的关系, 建立了钢筋早期腐蚀过程中混凝土内边缘位移与腐蚀率的线性关系。

**关键词:**腐蚀率; 位移; 力学分析

中图分类号: TU375

文献标识码: A

文章编号: 1005-2615(2012)04-0592-05

## Analysis of Reinforcement Corrosion in Reinforced Concrete Structures

Li Jun, Wu Jin

(College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** The reinforcing bar, rust layer and surroundings concrete are simplified as a hollow thick cylinder model, and based on elastic and elastic-plastic methods, the even corrosion process (such as initial cracking, cracking, cracking to some width) is analyzed. Theoretically, by analyzing the relationship between corrosion rate, corrosion-induced expansive pressure, and the displacement of inner boundary of concrete cover, the linear relationship between the displacement of inner boundary of concrete cover and corrosion rate throughout the initial corrosion is built.

**Key words:** corrosion rate; displacement; mechanics analysis

在钢筋腐蚀体积膨胀过程中, 周围混凝土受锈胀力作用而产生顺筋裂缝, 最终导致裂缝穿透混凝土保护层, 延伸至混凝土表面。国内外关于钢筋腐蚀的计算模型主要讨论混凝土保护层开裂时的钢筋腐蚀状态<sup>[1-2]</sup>。本文将钢筋周围混凝土简化为多层空心厚壁圆筒承受均匀内压<sup>[3-4]</sup>, 并基于光纤光栅钢筋腐蚀传感器原理<sup>[5]</sup>, 建立监测参数(混凝土保护层内边缘位移)与腐蚀率的理论关系, 为钢筋腐蚀全过程的定量监测打下理论基础。

## 1 钢筋腐蚀全过程的力学分析

### 1.1 腐蚀初始阶段(钢筋自由膨胀阶段)

如图1所示, 腐蚀初期, 铁锈逐渐渗透到混凝土

空隙中, 在铁锈填满毛细孔之前, 不会对外围混凝土产生钢筋锈胀力, 腐蚀钢筋体积自由膨胀。

图1中:  $a$  为圆柱体内半径;  $b$  为外半径;  $d_0$  为钢筋初始直径;  $d_p$  为腐蚀后钢筋净直径;  $d_c$  为混凝土保护层厚度;  $e_0$  为此阶段的钢筋腐蚀深度;  $\delta_0$  为此阶段的钢筋外围的折算均匀锈层厚度;  $d$  为若不考虑腐蚀物毛细渗透时钢筋腐蚀均匀膨胀的直径。

$$\begin{cases} a = d_0/2 \\ b = d_0/2 + d_c \end{cases} \quad (1)$$

设钢筋腐蚀在无约束状态下体积膨胀系数为2, 则由图1可知, 此阶段的钢筋腐蚀率为

$$\rho = 1 - \frac{d_p^2}{d_0^2} = 1 - \left(1 - 2 \frac{e_0}{d_0}\right)^2 \quad (2)$$

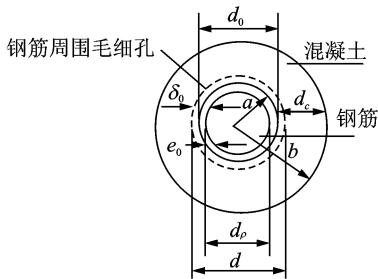


图1 腐蚀自由膨胀阶段

## 1.2 钢筋腐蚀受约束膨胀至混凝土保护层开始开裂阶段

混凝土保护层未开裂时可假设其处于弹性变形阶段,混凝土保护层可看成是各向同性弹性体。由二维轴对称弹性力学理论知,无限长圆柱体可假设为平面应变问题,设柱体的径向位移为  $u_r(r)$ ,径向应变和环向应变分别为  $\epsilon_r(r)$  和  $\epsilon_\theta(r)$ ,径向应力和环向应力分别为  $\sigma_r(r)$  和  $\sigma_\theta(r)$ ,混凝土弹性模量为  $E_c$ ,泊松比为  $\nu_c$ 。

如图2所示,混凝土保护层受力为钢筋腐蚀体积膨胀压力  $p_1$ ,表面径向外压  $p_2$ ,随钢筋腐蚀加剧,混凝土圆柱体内圈部分首先在环向达到其抗拉强度  $f_t$  而出现开裂,即

$$\begin{cases} \sigma_r \Big|_{r=a} = -p_1 \\ \sigma_\theta \Big|_{r=a} = f_t \\ \sigma_r \Big|_{r=b} = -p_2 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

设混凝土保护层内边缘位置处的径向位移为  $\Delta$ 。联立平衡微分方程、几何方程、物理方程及式(3),得

$$\begin{cases} p_1 = -\frac{(a^2 - b^2)f_t}{(a^2 + b^2)} \\ \Delta = \frac{[-(1 + \nu_c')\frac{c_1}{a} + 2(1 - \nu_c')c_2a]}{E_c'} \end{cases} \quad (4)$$

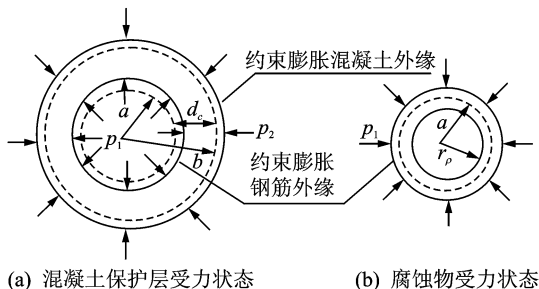


图2 钢筋腐蚀约束膨胀阶段

式中

$$\begin{cases} c_1 = \frac{-a^2b^2p_1}{(b^2 - a^2)} \\ c_2 = \frac{a^2p_1}{2(b^2 - a^2)} \end{cases} \begin{cases} E_c' = E_c/(1 - \nu_c'^2) \\ \nu_c' = \nu_c/(1 - \nu_c) \\ E_e' = E_c'/(1 + \phi) \end{cases} \quad (5)$$

此时的  $p_1$  就是结构开裂时的锈胀力,对应的  $\Delta$  就是临界开裂时混凝土与铁锈交界处混凝土的径向位移值。因此,通过监测  $\Delta$  值,也可判断混凝土保护层是否开始开裂。

## 1.3 混凝土部分开裂阶段

### 1.3.1 混凝土部分开裂阶段模型

如图3所示,假设混凝土在  $[a, r_m]$  为开裂区,可看成受内压  $p_1$ ,外压  $p_3$  的圆柱体; $[r_m, b]$  为未开裂区,此未开裂区混凝土可看成受内压  $p_3$ ,外压  $p_2$  的圆柱体。为了便于计算开裂柱体中各点的位移和应力,引入弥散裂缝的概念<sup>[6]</sup>,将径向裂缝等效分布在混凝土柱体的各个方向。

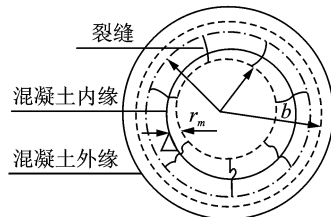


图3 混凝土部分开裂阶段

### 1.3.2 弹性计算方法

#### (1) 混凝土未开裂部分计算

$[r_m, b]$ 未开裂区在  $r_m$  圆环处满足临界开裂条件,即

$$\begin{cases} \sigma_r \Big|_{r=r_m} = -p_3 \\ \sigma_\theta \Big|_{r=r_m} = f_t \\ \sigma_r \Big|_{r=b} = -p_2 = 0 \end{cases} \quad (6)$$

因此,  $r=r_m$  处的径向应力和位移分别为

$$\begin{cases} \sigma_r \Big|_{r=r_m} = \frac{(r_m^2 - b^2)f_t}{(r_m^2 + b^2)} = -p_3 \\ u_r \Big|_{r=r_m} = \frac{r_m f_t [b^2(1 + \nu_c') + r_m^2(1 - \nu_c')]}{E_c'(r_m^2 + b^2)} \end{cases} \quad (7)$$

对应  $r=a$  处的位移为

$$\Delta = \frac{r_m^2 f_t [b^2(1 + \nu_c') + a^2(1 - \nu_c')]}{a \cdot E_c'(r_m^2 + b^2)} \quad (8)$$

由此可见,对于确定的  $r_m$  值就可求出确定的

混凝土内边缘位置处的径向位移  $\Delta$ ; 反之, 若已知  $\Delta$ , 同样可对应确定混凝土开裂位置  $r_m$ 。

(2) 混凝土开裂部分计算

开裂区为  $[a, r_m]$ , 混凝土受拉的平均应力应变关系见图4<sup>[6]</sup>。其中,  $\epsilon_1 = 0.0003, \epsilon_u = 0.0003, \epsilon_0$  为混凝土弹性阶段的极限应变。

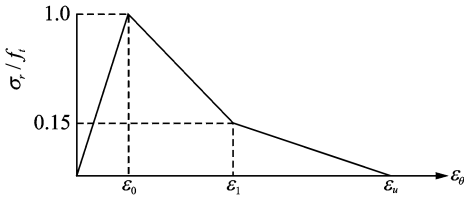


图4 混凝土受拉的平均应力应变关系

混凝土保护层的径向应力应变关系为

$$\sigma_r = E_c \epsilon_r = \frac{f_t \epsilon_r}{\epsilon_0}$$

$$\sigma_\theta = \begin{cases} E_c \epsilon_\theta & 0 \leq \epsilon \leq \epsilon_0 \\ f_t \cdot \left[ 1 - 0.85 \frac{\epsilon_\theta - \epsilon_0}{\epsilon_1 - \epsilon_0} \right] & \epsilon_0 \leq \epsilon \leq \epsilon_1 \\ 0.15 \cdot f_t \cdot \frac{\epsilon_u - \epsilon_\theta}{\epsilon_u - \epsilon_1} & \epsilon_1 \leq \epsilon \leq \epsilon_u \\ 0 & \epsilon > \epsilon_u \end{cases} \quad (9)$$

由开裂柱体  $[a, r_m]$  的径向平衡, 得

$$p_1 \cdot a = p_3 \cdot r_m \quad (10)$$

将式(7)代入式(10)并求导, 得  $r_m = 0.486b$  时, 混凝土保护层内壁已经达到最大承载力, 混凝土保护层完全开裂, 此锈胀力与文献[7]完全相同。将  $r_m = 0.486b$  代入式(8), 即可得  $r=a$  处的位移

$$\Delta = \frac{0.19f_t [b^2(1 + \nu'_c) + a^2(1 - \nu'_c)]}{a \cdot E'_c} \quad (11)$$

1.3.3 弹塑性计算方法

$[r_m, b]$  为弹性区, 弹性区仍采用弹性计算方法;  $[a, r_m]$  为塑性区, 根据Tresca 屈服准则, 塑性区满足屈服条件<sup>[8]</sup>

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \sigma_s = f_t \quad (12)$$

将式(12)代入文献[8]中平衡方程式(5.18), 得

$$d\sigma_r = \frac{\sigma_s}{r} dr \quad (13)$$

应力满足边界条件

$$\sigma_r \Big|_{r=a} = -p_1 \quad (14)$$

联立式(12~14), 并考虑在  $r=r_m$  处塑性区和弹性区的应力连续, 得

$$p_1 = f_t \ln(r_m/a) + \frac{f_t}{2} (1 - r_m^2/b^2) \quad (15)$$

当混凝土保护层完全开裂时, 即将  $r_m = b$  代入式(15), 得混凝土内边缘位置处的锈胀力

$$p_1 = f_t \ln(b/a) \quad (16)$$

根据内裂缝深度导出的按部分塑性计算的单位长度混凝土胀裂时的钢筋锈胀力公式<sup>[9]</sup>, 有

$$p_1 = [0.5 + d_c/(d_0 + 2e_0)] \cdot f_t \quad (17)$$

假设径向位移按弹性分布, 参照式(4), 混凝土内边缘位置处的位移为

$$\Delta = \frac{a \ln \frac{b}{a} f_t [(1 + \nu'_c) b^2 + (1 - \nu'_c) a^2]}{E'_c (b^2 - a^2)} \quad (18)$$

1.4 裂缝宽度发展阶段

当混凝土保护层达到完全开裂时, 外边缘环向应力  $f_t$ , 内部混凝土环向应变均大于  $\epsilon_0$ , 假设为弥散裂缝, 平均环向拉应变为  $\epsilon_\theta$ , 则环向相对伸长为

$$\Delta L = 2\pi r \epsilon_\theta \quad (19)$$

当  $\epsilon_\theta > \epsilon_0$  时, 混凝土开裂, 对应不同直径处的环向裂缝宽度为

$$W \Big|_{r=r} = 2\pi r (\epsilon_\theta \Big|_{r=r} - \epsilon_0) \quad (20)$$

因此, 保护层表面的裂缝宽度及对应的环向拉应变、径向位移分别为

$$\begin{cases} W \Big|_{r=b} = 2\pi b (\epsilon_\theta \Big|_{r=b} - \epsilon_0) \\ \epsilon_\theta \Big|_{r=b} = \frac{W \Big|_{r=b}}{2\pi b} + \epsilon_0 \\ u_r \Big|_{r=b} = b \cdot \epsilon_\theta \Big|_{r=b} = b \cdot \left[ \frac{W \Big|_{r=b}}{2\pi b} + \epsilon_0 \right] \end{cases} \quad (21)$$

假设径向位移弹性分布, 由式(9)可得混凝土内边缘和表面位置处的径向位移比

$$\frac{\Delta}{u_r \Big|_{r=b}} = \frac{(b^2 + a^2)}{2ab} \quad (22)$$

将式(21)代入式(22), 得

$$\Delta = \frac{(b^2 + a^2) \left[ \frac{W \Big|_{r=b}}{2\pi b} + \epsilon_0 \right]}{2a} \quad (23)$$

由此可见, 已知混凝土表面总的裂缝宽度, 可以求出混凝土内边缘的位移; 反之亦然。

1.5 钢筋腐蚀层的压缩变形

如图5所示, 将锈层可看成空心圆柱体, 设  $r_\rho$  为钢筋腐蚀后的净半径, 其径向外压为  $p_1$ , 径向内压为  $p_0$ 。设锈层为各向同性体, 其弹性模量为  $E_3$ , 泊松比

为 $\nu_3$ 。由于钢筋弹性模量远大于锈层的弹性模量,因此可忽略钢筋的压缩变形,假设锈层受到径向位移约束,即

$$u \Big|_{r=r_\rho} = 0 \tag{24}$$

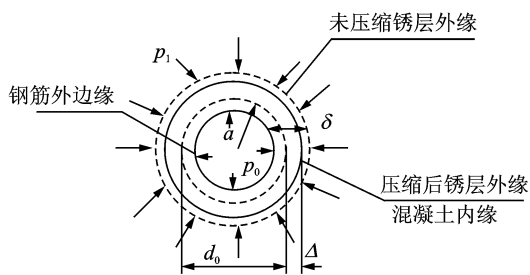


图5 锈层压缩

锈层圆柱体的物理方程为

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E_3(\epsilon_r + \nu_3\epsilon_\theta)}{(1 - \nu_3^2)} \\ \sigma_\theta = \frac{E_3(\epsilon_\theta + \nu_3\epsilon_r)}{(1 - \nu_3^2)} \end{cases} \tag{25}$$

按平面应变考虑时,须将式(25)中 $E_3$ 换成 $E_3/(1 - \nu_3^2)$ , $\nu_3$ 换成 $\nu_3/(1 - \nu_3)$ 。

假设不考虑腐蚀层压缩变形时的锈层厚度为 $\delta$ ,锈层满足边界条件及应力的连续性,即

$$\begin{cases} \sigma_r \Big|_{r=r_\rho+\delta} = \frac{c_5}{a^2} + 2c_6 = -p_1 \\ \sigma_r \Big|_{r=r_\rho} = \frac{c_5}{a^2} + 2c_6 = -p_0 \end{cases} \tag{26}$$

联立式(25,26)及几何方程,得

$$u_r(r) = \frac{r \left[ -\frac{c_5}{r^2}(1 + \nu_3') + 2c_6(1 - \nu_3') \right]}{E_3'} \tag{27}$$

锈层边缘与混凝土边界位移协调,有

$$u \Big|_{r=r_\rho+\delta} = a + u \Big|_{r=a} - (r_\rho + \delta) \tag{28}$$

考虑到部分腐蚀物渗透到混凝土孔隙中,构件腐蚀体积膨胀系数 $n$ 可表示为

$$n = \frac{[(\delta + r_\rho)^2 - r_\rho^2 + \pi d_0 e_0]}{a^2 - r_\rho^2} \tag{29}$$

因此,根据前面不同裂缝状态下的混凝土内边缘的锈胀力 $p_1$ 及位移 $\Delta$ 的表达式,再联立式(19~26),可求解出 $r_\rho$ 和 $\delta$ ,最后由式(2)可求得此时的质量腐蚀率 $\rho$ 。

综上所述,只要测量出混凝土内边界的位移 $\Delta$ ,就可以求出腐蚀率 $\rho$ ,反之亦然,即 $\Delta$ 与 $\rho$ 存在对应关系。

## 2 模型验证

**算例1** 采用文献[10]中资料,具体数据见表1。另外,取混凝土蠕变系数为 $\Phi=2$ ,泊松比 $\nu_c=0.12$ ,钢筋弹性模量 $E_2=200$  GPa,泊松比 $\nu_2=0.25$ ,屈服应力 $\sigma_{0.2}=360$  MPa;铁锈弹性模量 $E_3=6\ 000(1-2\nu_3)=120$  MPa,泊松比 $\nu_3=0.49$ [11]。钢筋腐蚀过程的计算见表1。

表1 钢筋腐蚀过程的模型验证

试件号	1	2	3	4	5	6	7	8
直径/mm	10	16	20	10	16	20	20	20
保护层厚度/mm/	45	42	40	20	17	15	40	40
混凝土抗拉强度 $f_t$ /MPa	2.2	2.2	2.2	2.2	2.2	2.2	2.7	1.8
混凝土弹性模量 $E_c/10^4$ MPa	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	3.25	2.80
$e_0$ 的实验测试值/ $\mu\text{m}$	3.1	2.5	2.1	1.0	0.4	0.4	1.8	4.9
混凝土内边缘位移/ $\mu\text{m}$	0.14	0.22	0.28	0.14	0.22	0.26	0.33	0.25
式(4) 锈深/ $\mu\text{m}$	9.94	8.15	5.95	3.3	1.42	1.54	6.06	15.8
开裂 腐蚀率/%	0.4	0.2	0.14	0.13	0.04	0.03	0.12	0.32
混凝土内边缘位移/ $\mu\text{m}$	0.43	0.44	0.45	0.22	0.25	0.27	0.53	0.41
式(11) 锈深/ $\mu\text{m}$	7.25	7.44	6.17	3.4	1.52	1.55	6.32	15.93
腐蚀率/%	0.41	0.21	0.14	0.14	0.04	0.03	0.13	0.32
混凝土内边缘位移/ $\mu\text{m}$	0.33	0.47	0.48	0.24	0.3	0.33	0.57	0.44
式(17) 锈深/ $\mu\text{m}$	10.21	3.03	7.21	3.42	1.58	1.61	6.37	15.08
完全开裂 腐蚀率/%	0.41	0.08	0.14	0.14	0.04	0.03	0.13	0.32
混凝土内边缘位移/ $\mu\text{m}$	0.71	0.7	0.74	0.37	0.41	0.46	0.89	0.69
式(18) 锈深/ $\mu\text{m}$	10.77	8.8	7.57	3.57	1.7	1.74	6.81	12.48
腐蚀率/%	0.43	0.22	0.15	0.14	0.04	0.03	0.14	0.33
锈深测试值/ $\mu\text{m}$ [11]	11.9	9.3	7.5	4.3	2.1	2.1	6.4	8.5

**算例2** 假设钢筋直径为25 mm,混凝土采用

C30,保护层厚度为70 mm。其他条件同算例1。

从图6中可看出,腐蚀前期混凝土内边缘位移与腐蚀率近似线性关系,但随着腐蚀率的迅速发展,混凝土内边缘位移增长减缓。

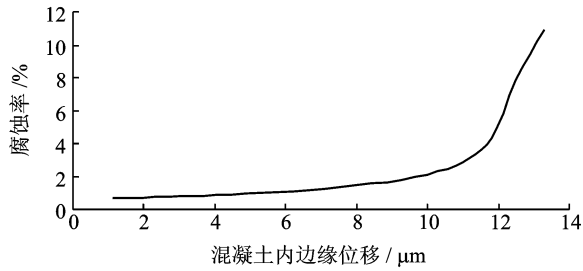


图6 混凝土内边缘位移与钢筋腐蚀率关系

### 3 结束语

本文通过建立混凝土-锈层-钢筋的多层厚壁圆筒模型,重点分析了钢筋腐蚀发展5个阶段中混凝土保护层的内边缘位移与钢筋腐蚀率的关系。计算结果表明,腐蚀率较小时混凝土内边缘位移与腐蚀率近似线性增长关系,为钢筋腐蚀光纤光栅传感器的早期定量监测提供了坚实的理论基础,具有重要的实践意义。

#### 参考文献:

- [1] Bhargava K, Ghosh A K, Mori Y, et al. Modeling of time to corrosion-induced cover cracking in reinforced concrete structures[J]. *Cement and Concrete Research*, 2005(35): 2203-2218.
- [2] Balafas I, Burgoyne C J. Modeling the structural effects of rust in concrete cover[J]. *ASCE Journal of Engineering of Mechanics*, 2011, 137(3):175-185.
- [3] Liu Y, Weyers R E. Modeling the time to corrosion cracking in chloride contaminated reinforced concrete structures [J]. *ACI Materials Journal*, 1998,95(6): 675-681.
- [4] Bazant Z P. Physical model for steel corrosion in sea structures [J]. *ASCE Journal of the Structural Division*,1979,105(6):1137-1153.
- [5] 李俊,吴瑾,高俊启.一种监测钢筋腐蚀的光纤光栅传感器的研究[J]. *光谱学与光谱分析*,2010,30(1): 283-286.  
Li Jun, Wu Jin, Gao Junqi. Study of optical grating sensor for monitoring corrosion of reinforcing steel [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2010, 30 (1): 283-286.
- [6] Pantazopoulou S J, Papoulia K D. Modeling cover-cracking due to reinforcement corrosion in RC structures[J]. *J Eng Mech*, 2001,27(4): 342-351.
- [7] 金伟良,赵羽习.钢筋混凝土构件的均匀钢筋锈胀力的机理研究[J]. *水利学报*,2001, 32(7):57-62.  
Jin Weiliang, Zhao Yuxi. The mechanism of corroded expansion force of reinforced concrete members [J]. *Shuili Xuebao*, 2001, 32(7):57-62.
- [8] 杨伯源,张义同.工程弹塑性力学[M].北京:机械工业出版社,2003.
- [9] 周志详.高等钢筋混凝土结构[M].北京:人民交通出版社,2002.  
Zhou Zhixiang. *Advanced reinforced concrete structures* [M]. Beijing: China Communication Press, 2002.
- [10] 赵羽习,金伟良.钢筋锈蚀导致混凝土构件保护层胀裂的全过程分析[J]. *水利学报*,2005,36(8):1-9.  
Zhao Yuxi, Jin Weiliang. Analysis on the cracking of concrete cover due to rebar corrosion[J]. *Shuili Xuebao*, 2005,36(8):1-9.
- [11] Molina F J, Alonso C, Andrade C. Cover cracking as a function of bar corrosion: part 2-Numerical model [J]. *Materials and Structures*, 1993, 26 (163): 535-548.