

刚架模型驱动网格曲面保持特征变形

李运平¹ 周来水¹ 王琳² 王志国¹

(1. 南京航空航天大学江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 南京, 210016;

2. 哈尔滨航空工业(集团)有限公司, 哈尔滨, 150066)

摘要:将刚架结构受力变形原理应用于网格曲面的变形设计中,提出一种新的曲面造型方法。通过建立与网格拓扑关系一致的刚架模型,运用刚架模型驱动网格曲面变形:即对刚架节点施加载荷或添加几何约束反算出刚架节点载荷,在载荷作用下刚架变形驱动网格曲面变形。针对几何约束变形问题,建立以节点位移为变量,由载荷最小和节点位移最小组成的目标函数,组合使用两种不同的最小化模型,实现不同的变形需求。在变形过程中,采用增大网格曲面特征区域所关联单元体弹性模量的方法,达到整体变形中局部形状特征的保持,避免了传统方法中繁琐的特征信息记录公式。实验结果表明,该变形方法直观方便,可以产生理想的变形效果。

关键词:变形;刚架;约束优化;形状特征

中图分类号:TP391

文献标识码:A

文章编号:1005-2615(2012)04-0526-06

Preserving Form Feature in Mesh Surface Deformation via Rigid Frame

Li Yunping¹, Zhou Laishui¹, Wang Lin², Wang Zhiguo¹

(1. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Harbin Aircraft Industrial Co. Ltd., Harbin, 150066, China)

Abstract:Based on the deformation principle of rigid frame under force in FEM, a novel surface modeling method is proposed. A rigid frame is created according to topological relation of mesh, so the mesh surface deformation can be driven by rigid frame deformation. Two ways are introduced to get loads that urge rigid frame to deform, that is, directly exerting loads on nodes of rigid frame and adding geometric constraint interactively to get the inverse calculation of load. Aiming at geometric constrain deformation, a constrained optimization problem is established with minimization of external load and node displacement. In deformation process, the elastic modulus of elements associating with features of mesh is increased to preserve form feature. Compared with traditional method, sophisticate equations describing geometric feature information are avoided. Experimental results show that the method is straightforward and can generate desired deformation results.

Key words: deformation; rigid frame; constrained optimization; form feature

变形技术作为三维几何造型强有力的工具,在计算机辅助设计(CAD)和计算机图形学(CG)等领域发挥着重要作用。近年来,自然、高效的变形技术逐渐成为国内外学者的研究目标,得到了快速发

展。主流的变形技术主要包括基于几何变形和基于物理变形两种。基于几何变形方法根据物体自身的几何拓扑关系,通过调整物体控制点集的属性如位置属性和微分属性,运用几何计算实现网格变形。

基金项目:国家自然科学基金(50805075,51075206)资助项目;南京航空航天大学基本科研业务费专项科研(NS2010138,NP2011018)资助项目;江苏省高校优势学科建设工程资助项目。

收稿日期:2011-11-14;**修订日期:**2012-03-19

通讯作者:周来水,男,教授,博士生导师,E-mail:zlsme@nuaa.edu.cn。

典型的变形方法主要包括自由变形^[1-2]、多分辨率变形^[3-5]、微分域变形^[6-7]和约束变形^[8-9]。

基于物理的变形按照物理规律模拟物体变形,变形结果真实美观,但计算量较大,多用于计算机动画,虚拟设计等领域。1987年, Terzopoulos 等^[10]将基于能量模型的可变形曲线曲面造型技术引入到计算机图形学中,模拟出旗帜在风中飘摆及地毯飘落等动态过程,取得了很好的效果,为基于物理的造型设计奠定了基础。在此基础上,许多学者对物理造型技术展开了更深入地研究,其中,作为变形计算有效求解工具的有限元法得到了广泛关注。有限元法最初由 Celniker 和 Gossard^[11]引入到曲线曲面造型之中,通过将参数曲面划分为二维三角形板单元,完成曲面在给定几何特征线和载荷条件下的形状设计。1998年,经玲等^[12]根据节点划分生成 B 样条曲线曲面的有限元网格模型,实现了基于约束的复杂曲线曲面造型设计。王志国等^[13]运用杆件受力变形的思想,将物体整体或部分地嵌入到单一的直线梁结构中,通过施加载荷使梁结构产生形变,并将变形传播到几何体。该变形方法与物体的描述无关,但单一的直线梁结构无法同时实现模型不同区域的理想变形效果。据此,文献^[14]提出了基于刚架模型的骨架驱动物体的变形技术。根据物体形状特征抽取物体的几何骨架模型,并将其作为刚架模型,可以逼真地模拟物体的运动,但无法有效地保持形状特征。

本文基于网格模型的拓扑关系,建立网格顶点与节点一一对应的刚架模型,运用有限元法建立网格变形的统一求解框架。通过施加并调整节点载荷(如大小、方向)和添加几何约束引起网格顶点位置的改变,从而完成网格曲面变形设计。在变形过程中,变形区域可以自由选择以满足网格曲面整体和局部的变形需求。引入增大弹性模量的方法较 Laplacian 微分坐标^[6]在实现保持特征变形中,易于操作且计算简单。

1 刚架模型的有限元分析

有限元法本质上是连续结构离散成由节点相连的有限个单元体,运用载荷等效原则将外力等效到节点上,构成节点载荷列阵;进而根据单元刚度矩阵装配出总刚度方程,通过求解大型的稀疏矩阵方程组得到有限元模型的节点位移,模拟连续结构变形。

空间刚架是由空间梁单元相互连接而成的结构,其中,梁单元为两个节点且节点自由度为 6 的

单元体,即沿 X, Y, Z 轴向的平动和绕 X, Y, Z 轴的转动。其中,每一个梁单元的刚度矩阵是在其单元体的局部坐标系下进行计算的,记整体坐标系和局部坐标系分别为 $o-xyz$ 与 $o_l-x_l y_l z_l$,则单元坐标变换矩阵可定义为

$$S = \begin{bmatrix} \mathbf{V} & & & \\ & \mathbf{V} & & \\ & & \mathbf{V} & \\ & & & \mathbf{V} \end{bmatrix}$$

$$\text{其中, } \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{x_l x} & v_{x_l y} & v_{x_l z} \\ v_{y_l x} & v_{y_l y} & v_{y_l z} \\ v_{z_l x} & v_{z_l y} & v_{z_l z} \end{bmatrix}$$

\mathbf{V} 中每行元素分别表示局部坐标系 x_l, y_l, z_l 在整体坐标系 x, y, z 中的方向余弦。

因此,整体坐标系下的单元刚度矩阵 \mathbf{k}^e 为

$$\mathbf{k}^e = \mathbf{S}^T \bar{\mathbf{k}}^e \mathbf{S} \quad (1)$$

式中 $\bar{\mathbf{k}}^e$ 为局部坐标系下的单元刚度矩阵。将单元刚度矩阵按节点索引进行装配与叠加,得到刚架模型的总刚度矩阵 \mathbf{K} 如下

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i^e \quad (2)$$

式中 n 为有限元模型的单元体数量。对于线性有限元法,只需求解

$$\mathbf{K} \Delta = \mathbf{P} \quad (3)$$

即可计算出有限元模型的节点位移。其中, $\mathbf{P} = [\mathbf{P}_1 \quad \mathbf{P}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{P}_n]^T$ 表示节点载荷列阵,而 $\Delta = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \cdots \quad \delta_n]^T$ 为节点位移列阵。

2 创建刚架模型

借鉴刚架结构受力变形原理,通过创建网格曲面的刚架模型,采用直接对刚架节点施加载荷或添加几何约束反算出刚架节点载荷两种手段实现刚架变形,进而根据刚架模型节点和网格曲面顶点的对应关系,完成最终的网格曲面变形。在变形过程中,通过增大特征区域单元体的弹性模量达到保持模型几何特征的目的。具体的变形方法流程如图 1 所示。

针对创建刚架模型问题,以网格模型的顶点作

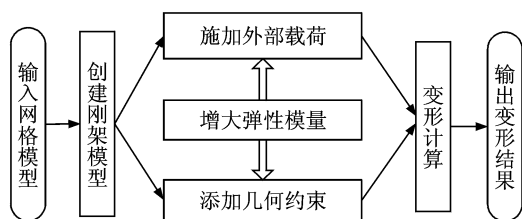


图 1 变形方法流程图

为刚架模型的节点,根据网格模型的拓扑关系生成刚架模型,将网格变形问题等价于刚架变形。图2所示为带洞平板网格与刚架模型的耦合结果。从图2可以看出网格顶点和刚架模型的节点为一一对应关系,因此顶点的位移量即为节点的位移量。

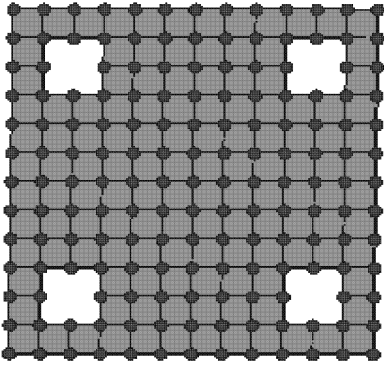


图2 带洞平板网格和刚架模型耦合

3 载荷直接作用下刚架模型驱动网格曲面变形

根据有限元模型受力变形的计算方法,通过对有限元模型施加载荷和足够多的约束(即边界条件如固支或铰支),消除结构刚体位移,以保证总刚度矩阵 \mathbf{K} 正定,进而,构成可求解的总刚度矩阵方程。由于总刚度矩阵 \mathbf{K} 满足稀疏、对称和正定等条件,论文采用了超松弛迭代预处理共轭梯度法(SSOR-PCG)求解 $\mathbf{K}\Delta=\mathbf{P}$ 。图3以带孔平板网格为例展示了模型两端节点承载拉伸力的变形效果,其中图3(a)给出了刚架模型及其相应的边界条件,中间排节点施加了固支约束,而左、右端排自由节点分别承载了大小相等、方向相反的外部集中载荷。

在求解得到节点位移后,依据网格顶点和刚架节点的对应关系即可得到顶点的位移改变量 $[u \ v \ w]$,其中, u , v 和 w 分别表示梁单元下轴方向的拉压变形以及 XY , YZ 平面的挠度。令网格模型的顶点齐次坐标为 $\mathbf{T}=[t_x \ t_y \ t_z \ 1]$,因此该点变形后的坐标 \mathbf{T}_{new}

$$\mathbf{T}_{\text{new}} = \mathbf{T}\mathbf{D}_i \quad (4)$$

式中 $\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ u & v & w & 1 \end{bmatrix}$ 为平移变换矩阵。

在材料力学中,弹性模量 E 被视为衡量材料产生弹性变形难易程度的指标,其值越大,使材料发生一定弹性变形的应力也越大,即材料刚度越大,亦即在一定应力作用下,发生弹性变形越小。因此,采用增大单元体弹性模量的方式,可达到整体

变形条件下部分区域保持原状的效果。形状特征通常被描述为工程上有特殊意义的模型部分,如图3平板模型中的孔。在未选取特征区域条件下,平板的变形结果如图3(b)所示。通过选取特征区域关联的单元体如图3(c)矩形框选部分,并增大其弹性模量为初始的 10^6 倍,将产生图3(d)所示的保持特征变形结果。

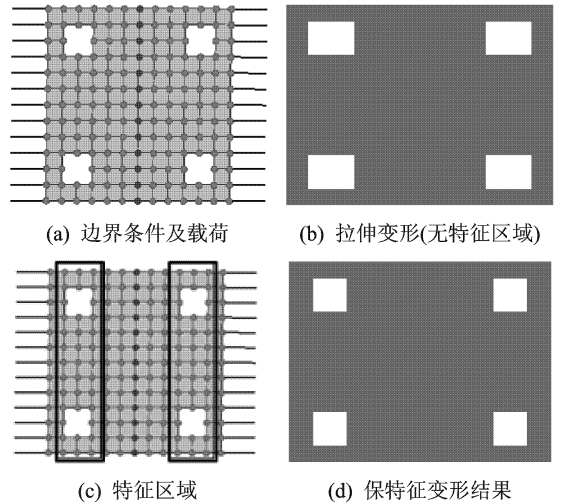


图3 有无特征区域变形对比

对比图3(b)与图3(d)可以看到,图3(d)避免了图3(b)中孔被拉伸的现象,保持了模型的形状特征。表1给出了在初始、拉伸变形后和保持特征变形后每个状态下单个孔的长度和宽度值信息。由表中数据可以得到,整体受力变形时,特征区域仅随剩余区域产生变动,自身形状未发生明显改变。

表1 孔在不同状态下长度和宽度值统计

几何信息	状态		
	初始	拉伸变形后	保持特征变形后
长/cm	1.944 630	2.684 067	1.944 742
宽/cm	1.964 230	1.961 409	1.964 230

4 几何约束下刚架模型驱动网格曲面变形

在第3节中,通过交互地选择在某些节点上施加载荷,设定载荷的大小和方向,可实现物体的初步变形设计,但无法满足工程中的精度要求。为解决上述问题,可将曲面变形设计的要求抽象为几何上的约束,以刚架节点位移量为变量分别构建载荷最小物理驱动模型的几何化表达,并考虑了节点位移量最小的变形模型,对两种最小化模型建立统一的表达方程构成目标函数,建立约束优化模型完成刚架节点上的载荷反算,实现基于几何约束的网格

曲面变形设计。

4.1 目标函数

网格曲面约束变形的目标函数可统一表示为以节点位移量 Δ 为变量的函数

$$\begin{cases} \min f(\Delta) = \min \Delta^T C \Delta \\ \text{s. t. } A_i \Delta - b_i = \mathbf{0} \quad i = 0, 1, \dots, m \end{cases} \quad (5)$$

不同的矩阵 C 可以实现不同的变形效果,但最终都可以运用罚函数法进行方程的优化求解。

4.1.1 载荷最小

节点载荷最小作为优化目标,根据式(3),目标函数可以表示为

$$\min f(\Delta) = \|K \Delta\|^2 = \Delta^T K^T K \Delta \quad (6)$$

对曲面变形而言,以载荷最小为目标趋于使曲面具有最小能量,由于受到边界条件限制和几何约束的影响,变形结果不可能使能量最小但变形后的曲面具有整体光滑的几何属性。图4为网格曲面的约束变形效果,图4(b)所示为基于载荷最小模型所获得的变形结果。

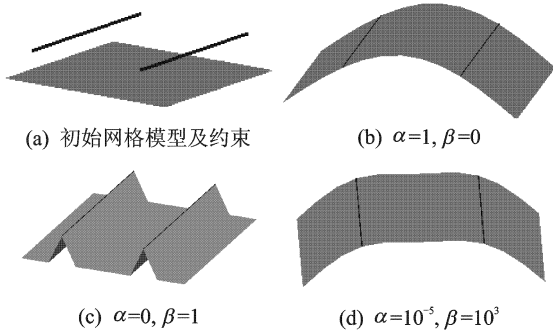


图4 网格曲面约束变形

4.1.2 节点位移最小

以变形后的节点位移最小为优化目标,则变形的目标函数可写为

$$\min f(\Delta) = \|\Delta\|^2 = \Delta^T \Delta \quad (7)$$

基于节点位移最小变形时,只有和约束对应的网格顶点才会为满足约束而移动,其他节点位置不变,所以变形只影响局部区域如图4(c)所示。

上述两种优化目标可统一表达如下

$$\begin{cases} \min f(\Delta) = \alpha \|K \Delta\|^2 + \beta \|\Delta\|^2 \\ \text{s. t. } A_i \Delta - b_i = \mathbf{0}, \quad i = 0, 1, \dots, m \end{cases} \quad (8)$$

式中 α, β 为权因子,用于调节目标函数中每个优化目标所占的比重,保持 α 不变,随着 β 的逐渐增大,即节点位移最小优化目标逐渐占较大比重时,网格曲面将逐渐由整体光滑模型图4(b)向局部尖锐模型图4(c)过渡。图4(d)为组合使用载荷最小和节点位移最小模型得到的变形结果。

4.2 约束优化求解

目前的几何约束主要包括点、线、面、体约束,

由于线、面、体约束可通过离散的手段转换为点约束,因此只关注点约束变形。

4.2.1 点约束

点约束是一种常用的几何约束控制变形方法,通过给定点的位置信息作为约束施加于刚架模型,使刚架模型产生形变,进而驱动网格变形。点的位置信息的变化可以通过交互手段实现,如通过交互选择网格上的顶点和事先给定的变形后的点位置生成点约束信息。设网格上点 v_i 变形后的新位置为 v_i^* , $i=0,1,\dots,m$, m 为点约束个数

$$l_i = v_i^* - v_i = [l_{ix} \quad l_{iy} \quad l_{iz}] \quad (9)$$

记顶点 v_i 所对应的刚架节点索引为 j ,可将式(9)转化为以节点位移为变量的约束方程 $A_i \Delta = b_i$ 其中 $b_i = l_i^T$, $A_i = [\mathbf{0} \quad \dots \quad a_j \quad \dots \quad \mathbf{0}]_{3 \times 6num}$, num 为刚架节点总数,若将矩阵 A_i 视为为矢量,则 A_i 中除 a_j 非零,其余元素全为 $\mathbf{0}$ 。

$$a_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

4.2.2 节点位置约束

直接调整刚架节点位置实现刚架模型变形是一种普遍的约束手段。设刚架节点 k 的位移量为 $d_k = [d_x \quad d_y \quad d_z \quad r_x \quad r_y \quad r_z]^T$,则可建立约束方程 $A \Delta = d_k$

其中,矩阵 A 中元素 $A_{ij} = \begin{cases} \mathbf{I} \text{ 单位矩阵} & i=j=k \\ \mathbf{0} \text{ 零矩阵} & \text{其他} \end{cases}$ 。

在有限元方法中,节点位移约束通常用来添加有限元模型的边界条件如节点固支铰支。

4.2.3 优化求解

由于约束条件为线性且目标函数为二次,上述约束优化问题为标准的等式二次规划问题,这个问题可采用Lagrange乘子法和罚函数法进行求解。根据罚函数法将式(8)改写成

$$p(\Delta) = \alpha \|K \Delta\|^2 + \beta \|\Delta\|^2 +$$

$$\theta \sum_{i=0}^m \|A_i \Delta - b_i\|^2$$

其中 θ 为罚函数因子。令 $\frac{\partial p}{\partial \Delta} = 0$

$$(\alpha K^T K + \beta E^T E + \gamma T + \theta \sum_{i=0}^m A_i^T A_i) \Delta = \theta \sum_{i=0}^m A_i^T b_i \quad (10)$$

由式(10)可以看出,等式二次规划问题转化为线性方程组求解问题。采用SSOR-PCG求解方程组(10)得到节点位移列阵 Δ ,进而,根据式(4)计算网格曲面顶点的新位置,得到变形结果。

5 实验及结果分析

基于刚架模型的多曲面变形方法已通过编程

实现,实例中梁单元的弹性模量 $E=1\ 000\ \text{Pa}$ 、泊松比 $\mu=0.4$ 。有限元计算需给定其边界条件,在不同的边界条件下模型所表现的变形行为也不相同,如图5所示。以图5(a)为原始模型和几何约束条件,将左右两端节点设为固支约束,最小载荷变形结果如图5(a)所示。图5(b)给出了图4(b)和图5(a)变形结果的正视图对比,两曲线分别表示添加铰支约束和固支约束的变形结果。由于只有自由节点和自由杆在变形过程中发生变化,故可以通过限定节点的性质和拓扑关系来设定变形区域。利用这种特性可以实现曲线曲面的局部变形,如构建细节特征等。

图6给出了长方体在点约束下的变形对比结果。图6(a)为采用文献[9]中 Metaball 单点约束变形结果,图6(b)为本文算法的变形结果。在对比实验中,文献[9]采用欧氏距离和 Wyvill 势函数计算变形。为此,变形不仅牵连了长方体底面网格,而且当网格较稀疏时,容易产生尖锐的变形结果。本文方法使用刚架模型计算变形结果,避免了图6(a)中底面产生变形的现象,组合使用载荷最小和节点位移最小模型,可实现曲面整体光滑模型图和局部

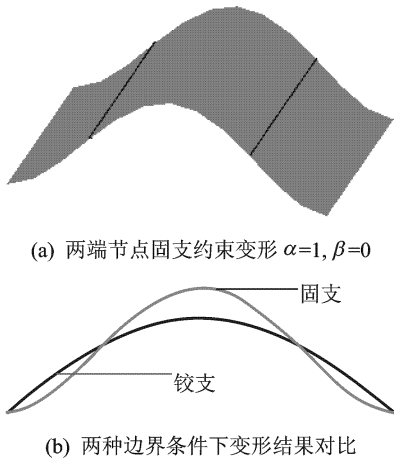


图5 边界条件对变形结果的影响

尖锐模型的相互转换以满足不同的变形需求。

图7所示为球网格模型依次在几何约束和载荷驱动下的变形结果。最初通过交互添加三条曲线约束,并调整式(8)中的每个最小化模型的权因子 $\alpha=10^{-3}, \beta=10^4$ 得到图7(b)所示的变形效果,选取图7(b)中间凸起部分作为变形区域构建刚架模型,采用在中间节点施加垂直向上的载荷拉伸网格得到变形结果如图7(c)所示。从图7可以看出,变形结果不仅可以满足给定的几何约束,同时能够直观形象地反映载荷和变形幅度之间的正比关系。

图8为某带孔零件在点约束和载荷驱动下的变形结果。图8(a)为初始零件模型。图8(b)为零件“拉弯”造型,主要通过对边界边添加点约束,并调整优化目标的权因子 $\alpha=1, \beta=0$ 实现。图8(c)为零件“压弯”造型,采用对刚架自由节点施加载荷并调整其大小和方向的方式得到。

从图8(a)的零件模型可以看出,圆孔特征是变形中需要保持的主要部分。采用如图3(c)中所示方法选取特征区域关联的单元体并增大其弹性模量,将导致零件模型难以产生形变。然而,仅选取圆孔特征所在的单元体作为增大弹性模量的目标,

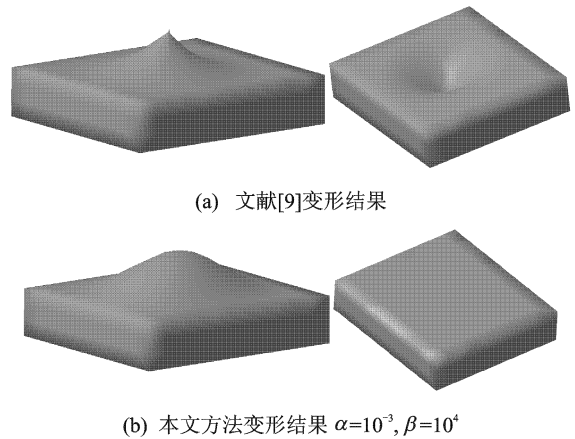


图6 长方体单点约束变形结果对比

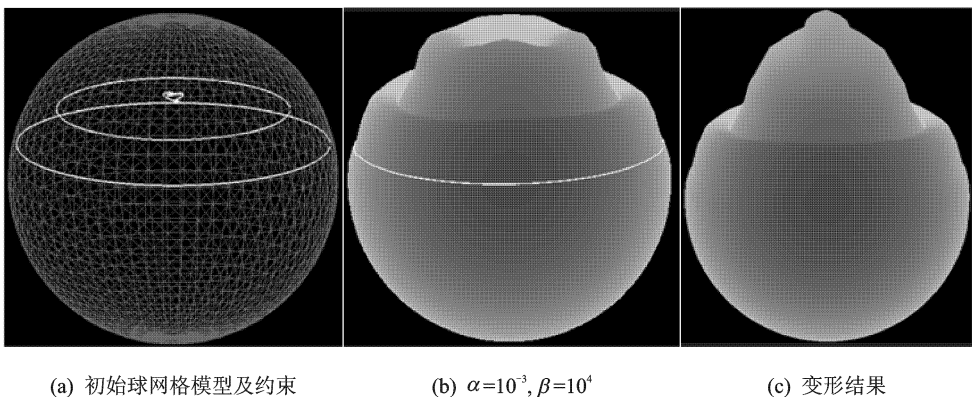


图7 球网格模型的变形结果

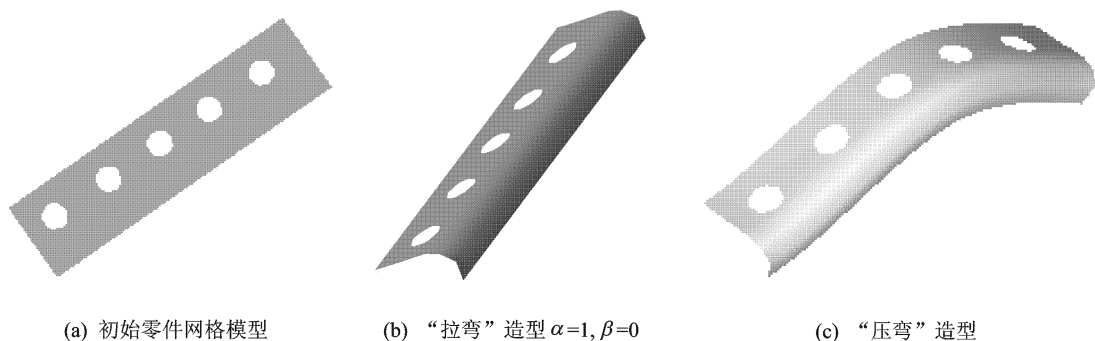


图8 某零件变形结果

将导致变形结果丧失表现零件的特性。对于特征面积比重较大的模型,采用本文的变形方法难以得到理想的变形结果。在后续的工作中可将模型特征抽象为几何约束来达到模型的保特征变形。

6 结束语

本文算法将刚架模型引入到网格变形问题,不仅可以模拟物体受力变形效果,还可以运用各种几何约束精确修改物体的形状。由于在变形过程中可交互选取特征区域单元体并增大其弹性模量,保特征变形得以简单有效地实现。实例证明本文提出的方法物理意义明确,简单直观,便于操作,可应用于计算机辅助设计等领域。

论文的后续工作主要研究在统一的求解框架之下开发更多代表不同物理和几何意义的目标函数,实现不同的变形需求;通过将模型特征抽象为几何约束实现任意模型的保特征变形。

参考文献:

- [1] Sederberg T W, Parry S R. Free-form deformation of solid geometric models[C]//Proceedings of Computer Graphics, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 1986: 151-160.
- [2] Lamouin H J, Waggenspack N N Jr. NURBS-based free-form deformation[J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1994, 14(6): 59-65.
- [3] Kobbelt L, Vorsatz J, Seidel H P. Multiresolution hierarchies on unstructured triangle meshes [J]. Computational Geometry, 1999, 14(1/3): 5-24.
- [4] Botsch M, Kobbelt L. Multiresolution surface representation based on displacement volumes[J]. Computer Graphic Forum, 2003, 22(3): 483-491.
- [5] Xu D, Chen W, Zhang H X, et al. Multi-level differential surface representation based on local transformations[J]. Visual Computer, 2006, 22(7): 493-505.
- [6] Sorkine O, Cohen-Or D, Lipman Y, et al. Laplacian surface editing[C]//Proceedings of the Eurographics ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing. New York: ACM Press, 2004: 175-184.
- [7] Lipman Y, Sorkine O, Levin D, et al. Linear rotation-invariant coordinates for meshes [J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3): 479-487.
- [8] Borrel P, Rappoport A. Simple constrained deformations for geometric modeling and interactive design [J]. ACM Transactions on Graphics, 1994, 13(2): 137-155.
- [9] Jin X G, Li Y F, Peng Q S. General constrained deformations based on generalized metaballs[J]. Computers & Graphics, 2000, 24(3): 219-231.
- [10] Terzopoulos D, Platt J, Barr A. Elastically deformable models [J]. Computer Graphics, 1987, 21(4): 205-214.
- [11] Celniker G, Gossard D. Deformable curve and surface finite elements for free-form shape design [J]. Computer Graphics, 1991, 25(4): 257-266.
- [12] 经玲, 席平, 唐荣锡. 有限元方法在变形曲线曲面中的应用[J]. 计算机学报, 1998, 21(3): 245-251.
Jing Ling, Xi Ping, Tang Rongxi. Application of finite element method in deformable curve and surface [J]. Journal of Computers, 1998, 21(3): 245-251.
- [13] Wang Zhiguo, Wang Xiaoping, Bao Yidong, et al. Shape modification by beam model in FEM [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23(2): 246-251.
- [14] 李运平, 王志国, 王海峰, 等. 基于有限元刚架模型的骨架驱动网格变形算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(10): 1700-1706.
Li Yunping, Wang Zhiguo, Wang Haifeng, et al. Skeleton driven mesh deformation based on rigid frame in FEM [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2011, 23(10): 1700-1706.