

行星齿轮系动力学特性分析及试验研究

李发家¹ 朱如鹏¹ 鲍和云¹ 项昌乐² 刘 辉²

(1. 南京航空航天大学江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 南京, 210016;

2. 北京理工大学机械与车辆学院, 北京, 100081)

摘要:采用集中质量法, 考虑时变刚度、齿侧间隙、太阳轮的横向与纵向位移、太阳轮和行星轮的偏心误差激励, 建立了行星齿轮传动系统的非线性动力学模型。采用龙塔库特法求解了系统的响应、相图、频谱图和动力学均载系数; 通过测量系统齿根应力的动载荷应变图, 获得齿根应变变形的相图、频谱图和系统的均载系数。研究结果表明: 理论分析结果与试验测试结果比较吻合, 说明采用的理论研究方法是合理的, 测试方案是可行的。

关键词:行星传动; 动力学特性; 均载系数; 试验研究

中图分类号: TH132

文献标识码: A

文章编号: 1005-2615(2012)04-0511-09

Dynamics Characteristics and Experiment Research on Planetary Gear System

Li Fajia¹, Zhu Rupeng¹, Bao Heyun¹, Xiang Changle², Liu Hui²

(1. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology, Nanjing University of
Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. School of Mechanical and Vehicular Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081, China)

Abstract: Using lumped mass model, the nonlinear dynamic model of one planetary gear transmission system is established, considering time varying stiffness, backlash, lateral and vertical displacement of the sun gear, eccentricity error excitation of the sun gear and planetary gear. The response, phase diagram, frequency spectrogram and dynamic load sharing coefficients of the system are solved by Runge-Kutta method. And the phase diagram, frequency spectrogram and dynamic load sharing coefficients of the strain-deformation of gear tooth root are obtained by means of measuring the stress and the strain of ring gear tooth root. The results show that the theoretical analysis results agree well with the experimental results, so the dynamics model is reasonable, and the test plan is feasible.

Key words: planetary gear transmission; dynamics characteristics; load sharing coefficients; experiment research

行星齿轮传动系统以其体积小, 重量轻, 传动比大、效率高以及承载能力大等一系列优点, 在航天航空、船舶、汽车、起重机械传动获得了越来越广泛的应用。鉴于行星传动的重要性, 许多学者对其进行了大量研究, Ahmet^[1-2]建立了考虑齿轮的传

动误差和齿形误差的行星齿轮传动系统模型, 并对行星齿轮传动系统作了静力学分析和试验; Kahrarman^[3]建立了行星齿轮传动的线性纯扭转振动模型, 对该模型的固有特性以及自由振动响应进行了研究; Hidaka^[4]对行星轮系中各种均载机构

基金项目: 国家自然科学基金(50775108)资助项目; 航空科技创新基金(08B52004)资助项目; 南京航空航天大学基本科研业务费专项科研(NP2011014)资助项目; 江苏省高校优势学科建设工程资助项目。

收稿日期: 2011-09-05; **修订日期:** 2011-11-17

通讯作者: 朱如鹏, 男, 教授, 博士生导师, E-mail: rpzhu@nuaa.edu.cn。

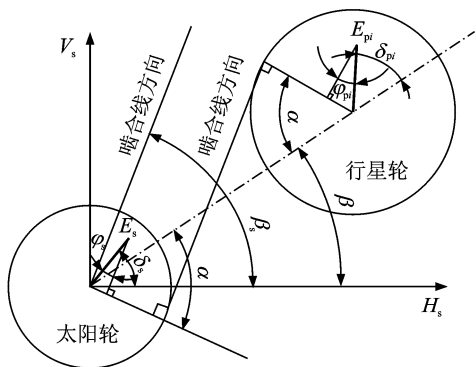


图2 太阳轮微位移和齿轮偏心误差在啮合线方向上的等效误差

投影;同时太阳轮和行星轮的安装和制造偏心误差均包含在偏心误差中,因此仅考虑偏心误差;各齿轮的偏心误差由其齿圈的径向跳动偏差产生,其值等于齿圈的径向跳动公差的一半。齿轮传动的啮频误差用齿形偏差表示^[5]。

上述误差在内外啮合线上产生的当量累计啮合误差为

$$\begin{cases} e_{spi}(t) = E_{spi} \sin(\omega t + \varphi_{spi}) + E_s \sin(\omega_{sc} t + \beta_s - \varphi_i) + E_{pi} \sin(\omega_{pc} t + \beta_{pi} + \alpha) \\ e_{lpi}(t) = E_{lpi} \sin(\omega t + \varphi_{lpi}) - E_{pi} \sin(\omega_{pc} t + \beta_s + \alpha) - E_i \sin(\omega_{ic} t + \beta_i - \varphi_i) \end{cases} \quad (3)$$

式中: E_{spi} 和 E_{lpi} 分别为外、内啮合副的啮频误差; φ_{spi} 和 φ_{lpi} 分别为初相位; E_s 、 E_{pi} 和 E_i 分别为太阳轮、行星齿轮和内齿圈的偏心误差; φ_s 、 φ_{pi} 和 φ_i 分别为太阳轮、行星齿轮和内齿圈的初相位; ω 为行星轮系的啮合齿频; ω_{sc} 、 ω_{pc} 和 ω_{ic} 分别为太阳轮、行星齿轮和内齿圈相对于行星架的角速度; t 为时间。

1.2 啮合力和阻尼力

由直齿轮啮合副刚度的变化特点,将其假定为矩形波变化规律^[19]。图3显示了行星齿轮传动时变啮合刚度的变化规律。

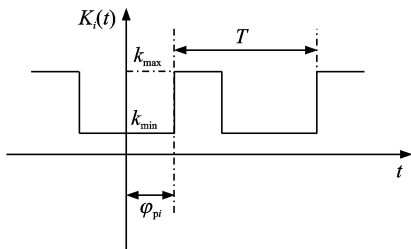


图3 系统啮合刚度变化规律

图3中: k_{\max} 、 k_{\min} 为第*i*路啮合时变刚度的最大值、最小值, φ_{pi} 为第*i*路啮合刚度变化的初相位。由于行星齿轮系统内啮合副与外啮合副的啮合刚度变化频率,则图3中的啮合周期*T*可表达为 $T = 2\pi/\omega$ 。周期矩形波即可展开成为以啮频为基频的Fourier级数,取一次谐波项为

$$\begin{cases} K_{spi}(t) = K_{mspi} + K_{aspi} \sin(\omega t + \varphi_{spi}) \\ K_{lpi}(t) = K_{lspi} + K_{alpi} \sin(\omega t + \varphi_{lpi}) \end{cases} \quad (4)$$

式中: K_{spi} 、 K_{aspi} 分别表示第*i*路外啮合副上的平均啮合刚度、刚度变化幅值; K_{lspi} 、 K_{alpi} 分别表示第*i*路内啮合副上的平均啮合刚度、刚度变化幅值。

行星齿轮传动的齿轮副啮合线方向的相对位移分别为

$$\begin{cases} X_{spi} = x_s - x_{pi} - x_c - \delta_{spi} - e_{spi}(t) \\ X_{lpi} = x_{pi} - x_c - \delta_{spi} - e_{lpi}(t) \end{cases} \quad (5)$$

在实际的齿轮副中不可避免地存在侧隙,侧隙在齿轮副的动力学行为中表现强非线性行为

$$f(X, b) = \begin{cases} X - b & X > b \\ 0 & |X| < b \\ X + b & X < -b \end{cases} \quad (6)$$

则太阳轮与行星轮和行星轮与内齿轮间的啮合力 P_{spi} 和 P_{lpi} 分别为

$$\begin{cases} P_{spi} = K_{spi} f(X_{spi}, b_{spi}) \\ P_{lpi} = K_{lpi} f(X_{lpi}, b_{lpi}) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

太阳轮和行星轮齿轮副的啮合阻尼系数 C_{sp} 为

$$C_{sp} = 2\zeta_1 \sqrt{k_{sp}/(1/m_p + 1/m_s)} \quad (8)$$

行星轮和内齿圈的啮合阻尼系数 C_{lp} 为

$$C_{lp} = 2\zeta_2 \sqrt{k_{lp}/(1/m_1 + 1/m_p)} \quad (9)$$

式中: ζ_1 和 ζ_2 分别为行星传动太阳轮与行星轮轮齿啮合的阻尼比和太阳轮与行星轮轮齿啮合的阻尼比; K_{sp} 和 K_{lp} 分别为太阳轮与行星轮间传动的平均啮合刚度和行星轮与内齿轮间传动的平均啮合刚度。

则太阳轮与行星轮、行星轮与内齿轮间的阻尼力 D_{spi} 、 D_{lpi} 分别为

$$\begin{cases} D_{spi} = C_{spi} \dot{X}_{spi} \\ D_{lpi} = C_{lpi} \dot{X}_{lpi} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

1.3 行星齿轮传动系统非线性动力学方程

根据图1的行星齿轮传动系统的非线性动力学模型,可以列出 $(4+N)$ 个自由度的行星齿轮传动的动力学微分方程为

$$\left\{\begin{aligned} &J_s\ddot{\theta}_s+\sum_{i=1}^N(r_{bs}K_{spi}(t)(r_{bs}\theta_s-r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{spi}(t))+r_{bs}C_{sp}(r_{bs}\dot{\theta}_s-r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{spi}(t)))-T_D=0 \\ &M_s\ddot{H}_s-\sum_{i=1}^N(r_{bs}K_{spi}(t)(r_{bs}\theta_s-r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{spi}(t))+r_{bs}C_{sp}(r_{bs}\dot{\theta}_s-r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{spi}(t)))\cos\phi_s+ \\ &\quad K_sH_s=0 \\ &M_s\ddot{V}_s-\sum_{i=1}^N(r_{bs}K_{spi}(t)(r_{bs}\theta_s-r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{spi}(t))+r_{bs}C_{sp}(r_{bs}\dot{\theta}_s-r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{spi}(t)))\cos\phi_s+ \\ &\quad K_s\ddot{V}_s=0 \\ &J_{pi}\ddot{\theta}_{pi}-(r_{pi}K_{spi}(t)(r_{bs}\theta_s-r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{spi}(t))+r_{pi}C_{sp}(r_{bs}\dot{\theta}_s-r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{spi}(t)))+(\\ &\quad (r_{pi}K_{Ipi}(t)\cdot(r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{Ipi}(t))+r_{pi}C_{Ip}(r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{Ipi}(t)))+r_{bs}C_{sp}(r_{bs}\dot{\theta}_s- \\ &\quad r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{spi}(t)))=0 \\ &J_c\ddot{\theta}_c-\sum_{i=1}^N((r_cK_{spi}(t)(r_{bs}\theta_s-r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{spi}(t))+r_cC_{sp}(r_{bs}\dot{\theta}_s-r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{spi}(t)))\cos\alpha)+ \\ &\quad \sum_{i=1}^N((r_cK_{Ipi}(t)(r_{pi}\theta_{pi}-r_c\theta_c-\delta_{spi}-e_{Ipi}(t))+r_cC_{Ip}(r_{pi}\dot{\theta}_{pi}-r_c\dot{\theta}_c-\dot{\delta}_{spi}-\dot{e}_{Ipi}(t)))\cos\alpha)+T_c=0 \end{aligned}\right.$$

$i=1,2,\cdots,N$

(11)

式中： J_s 为太阳轮的转动惯量； T_D 为太阳轮的输入扭矩； K_s 为太阳轮的支撑刚度； J_{pi} 为行星轮的转动惯量； J_c 为行星架的转动惯量； α 为两齿轮分度圆压力角； T_c 为行星架的输出扭矩。

利用式(1,6,9)对式(10)进行简化变形

$$\left\{\begin{aligned} &m_s\ddot{x}_s+\sum_{i=1}^N(P_{spi}+D_{spi})-\frac{T_D}{r_{bs}}=0 \\ &M_s\ddot{H}_s-\sum_{i=1}^N(P_{spi}+D_{spi})\cos\phi_s+K_sH_s=0 \\ &M_s\ddot{V}_s-\sum_{i=1}^N(P_{spi}+D_{spi})\sin\phi_s+K_sV_s=0 \\ &m_{pi}\ddot{x}_{pi}-(P_{spi}+D_{spi})+(P_{Ipi}+D_{Ipi})=0 \\ &m_c\ddot{x}_c-\sum_{i=1}^N((P_{spi}+D_{spi})\cos\alpha+ \\ &\quad (P_{Ipi}+D_{Ipi})\cos\alpha)+\frac{T_c}{r_c}=0 \end{aligned}\right.$$

$i=1,2,\cdots,N$

(12)

式中： P_{spi} 为太阳轮与第 i 个行星轮之间的啮合力； P_{Ipi} 为第 i 行星轮与内齿圈之间的啮合力； m_s 为太阳轮的当量质量， $m_s=\frac{J_s}{r_{bs}^2}$ ； M_s 为太阳轮的质量； m_{pi} 为第 i 个行星轮的当量质量， $m_{pi}=\frac{J_{pi}}{r_{pi}^2}$ ； m_c 为行星架的当量质量， $m_c=\frac{J_c}{r_c^2}$ 。

2 行星齿轮传动系统动力学响应和均载系数计算

采用 NGW41-12 型行星齿轮传动系统为计算

对象，其主要参数见表 1，太阳轮齿数输入功率 $P=3.3\text{ kW}$ ；转速 $n=1\ 000\text{ r/min}$ ；采用标准 GB3480-83，计算内外啮合平均刚度分别为 $K_{Ip}=2.154\ 5\times 10^8\text{ N/m}$ ； $K_{sp}=1.871\ 6\times 10^8\text{ N/m}$ ；太阳轮的支承刚度为 $K_s=2.887\ 4\times 10^7\text{ N/m}$ 。

表 1 行星齿轮传动的基本参数

太阳 轮齿 数 Z_s	行星 轮齿 数 Z_n	内齿 轮齿 数 Z_1	行星轮 模数	行星轮 个数	压力 角/(°)	齿宽 /mm	各项 误差 精度
16	65	146	1.75	3	20	30	6 级

采用 4 阶龙塔库特法，以零点做为初值求解方程在上述参数条件下各星轮自由度的值，得到行星轮的啮合力的时域响应，各行星轮的均载系数为

$$\Omega_{pi}=N\times P_{Ipi}/\sum_{i=1}^NP_{Ipi}$$

(13)

系统的均载系数为

$$\Omega=N\times\max(\Omega_{pi})/\sum_{i=1}^N\Omega_{pi}$$

(14)

采用 4 阶龙塔库特法求解方程，得到量刚一化后的参数的数值时域图，图 4 为太阳轮与行星轮的量纲一相对位移；图 5 为行星轮与内齿圈的量纲一相对位移；图 6 为太阳轮与行星轮的运动典型相图；图 7 为内齿圈与行星轮的运动典型相图；图 8 为内齿圈与行星轮的频谱图；太阳轮与行星轮和行星轮与内齿圈的均载系数，如图 9~11 所示。

由图 6,7 相图为具有一定宽度的闭合曲线带，且频谱图如图 8 所示的连续谱，该系统为准周期响应。由频谱图 8 可以得出该系统具有多频响应成

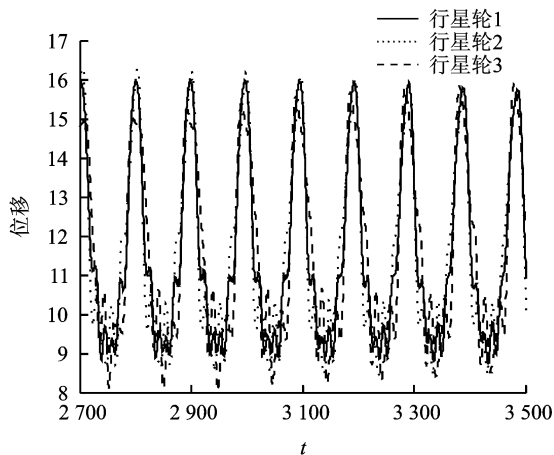


图 4 太阳轮与行星轮的量纲一相对位移

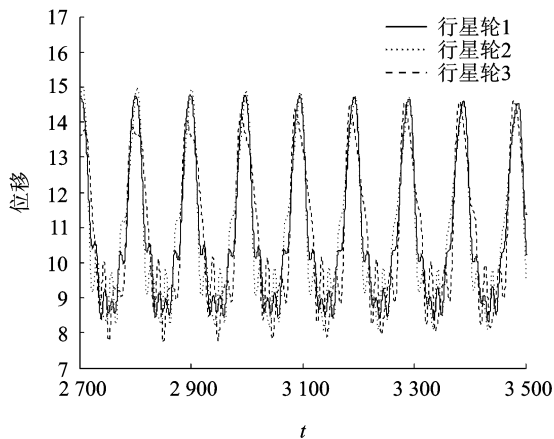


图 5 行星轮与内齿圈的量纲一相对位移

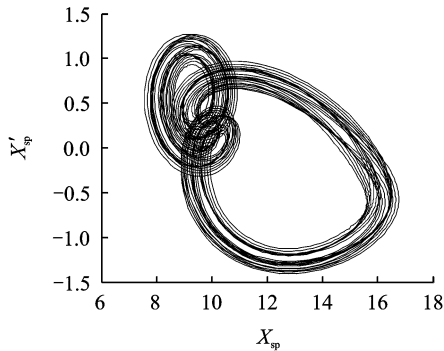


图 6 太阳轮与行星轮的相对位移相图

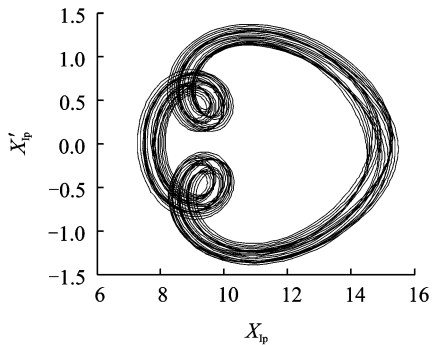


图 7 内齿圈与行星轮的相对位移相图

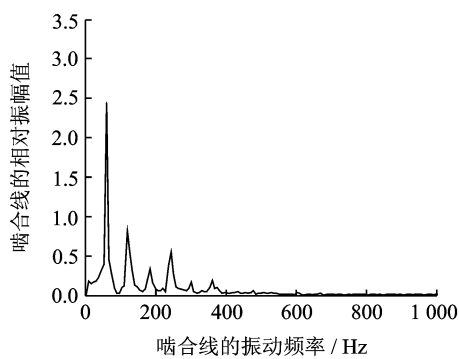


图 8 内齿圈与行星轮的频谱图

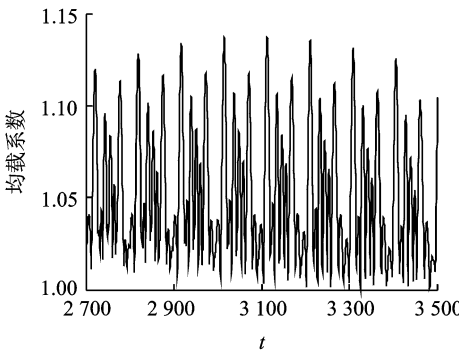


图 9 行星轮与太阳轮间的均载系数

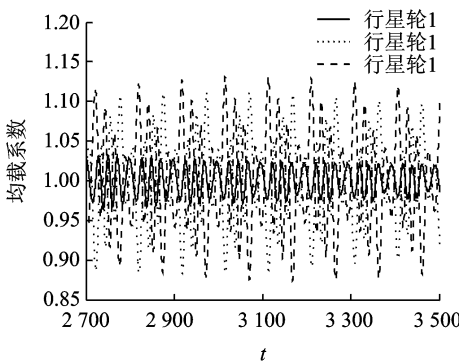


图 10 各个行星轮与内齿圈间的均载系数

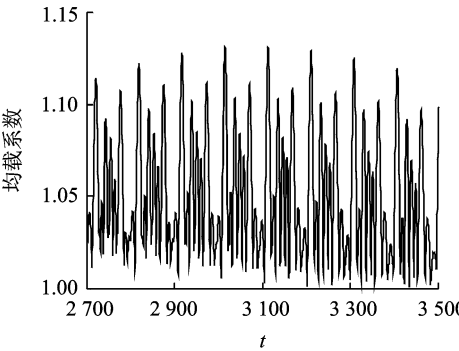


图 11 行星轮与内齿圈间的均载系数

分,因为系统中包含了时变刚度,误差激励和间隙非线性因素。由图 9 可得该行星轮传动系统的行星轮与太阳轮间的均载系数为 1.138,由图 11 可得

该行星轮传动系统的行星轮与内齿圈间的均载系数为 1.131。行星轮与内齿圈间的均载效果要好于行星轮与太阳轮间的均载效果,因为行星轮与内齿圈的重合度大于行星轮与太阳轮间的重合度。

3 行星齿轮传动系统试验

对理论计算用的行星齿轮传动系统进行试验,验证理论计算的正确性,为理论建模、求解进行指导和修正。在齿轮的受力测量时测量点的受力变形与齿轮受力相关,而齿轮的相互作用力与齿轮副啮合线的相对位移成正比,虽然两者动力学特性存在差异但趋势相同。利用行星齿轮传动的齿圈和行星轮、太阳轮和行星轮的同时啮合点的轮齿的应变或应力考察齿轮的受力情况,通过测量齿轮啮合时轮齿的应力或应变来计算整个行星齿轮传动系统的均载系数。

3.1 行星齿轮传动系统试验方案

行星齿轮传动系统中具有较多的旋转自由度,给试验测试造成困难,使信号的引出较为困难,针对选用的行星齿轮传动系统为固定齿圈的结构特点,采用在齿圈与行星轮同时啮合的轮齿的位置上,在应力应变最大的区域粘贴应变片,应变栅与应力应变最大区域的方向相同。

行星齿轮传动系统均载测试系统采用开路系统,由电机(包括负载电机)、行星齿轮传动系统、扭矩传感器、动态测试仪及动态测试采样软件、采样电脑等组成,行星齿轮传动均载动态测试系统原理图如图 12 所示。

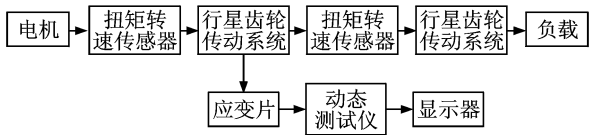
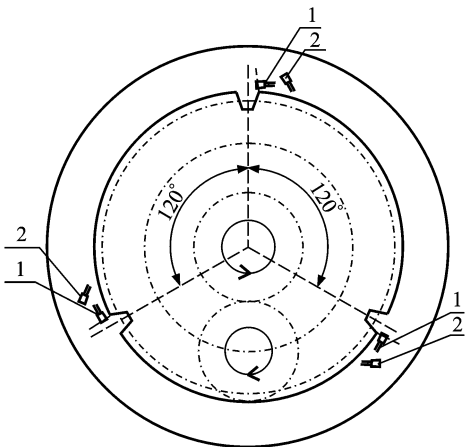


图 12 测试系统原理图

该系统采用变频电机作为动力源,控制输入转速,负载采用发电机形式。由于负载的转速要求原因,采用两台行星齿轮传动系统背靠背安装,第一个行星齿轮传动系统为被测样机,另一个为负载电机增速,以适应负载对输入转速的要求。

选用 NGW41-12 型行星齿轮传动作为试验样机,试验样机参数如表 1 所示。电阻应变片的贴片位置如图 13 所示,由于该行星齿轮传动系统具有 3 个行星轮,则工作片的相对位置相同且相距 120° ,温度补偿片的位置靠近工作片,且远离工作区域,信号线由位于齿轮箱顶部的注油孔导出。

对选定的齿圈位置进行打磨和清洗后粘贴应变片,划线时要保证应变片在齿轮应变的最大区域,且各应变片与行星齿轮传动系统轮齿的相对方向一致。图 14 为一处应变片位置的局部放大图,应变片采用环氧树脂密封防油处理,信号线沿箱壁固定,由注油口导出。测试现场如图 15 所示,测量轮齿的应力。



1.工作测试应变片;2.温度补偿应变片

图 13 3 个行星轮的行星轮系贴片位置示意图

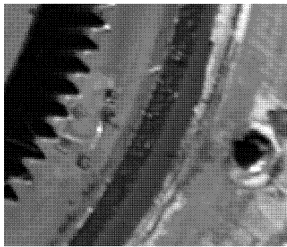


图 14 应变片粘贴图



图 15 测试现场

3.2 试验结果与分析

图 16 为行星齿轮传动的测试结果。图 17 为一个啮合周期的应力随时间变化图。

对采集的啮合时段数据点,利用 MATLAB 对数据进行处理,根据采样频率对数据进行积分,得到数据速度,求得内齿圈的变形的相图如图 18 所示,频谱图如图 19,20 所示。图 19 所示的频谱图

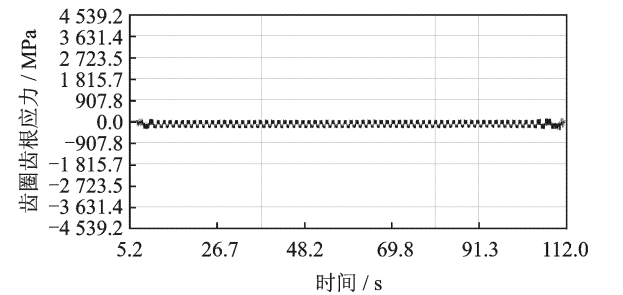


图 16 行星齿轮传动的测试结果

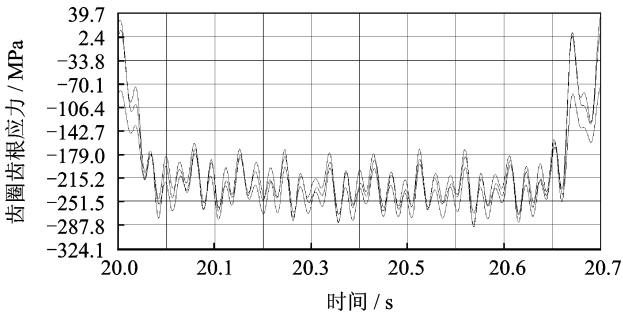


图 17 一个啮合周期的应力随时间变化图

整个运动过程的频谱图,图 20 为内齿圈受力变形的啮合域频谱图。

由于图 18 可知,内齿圈的变形的相图为闭合曲线带,该系统为准周期响应。在图 19 所示的频谱图中存在系统具有多频响应成分,这是由于啮合周

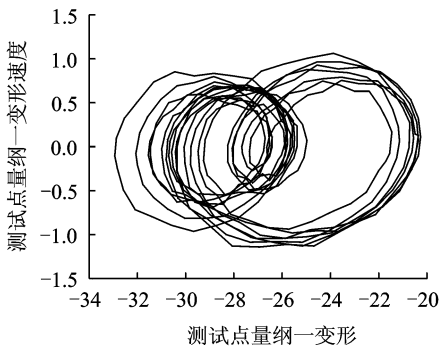


图 18 行星轮与内齿圈的齿根变形相图

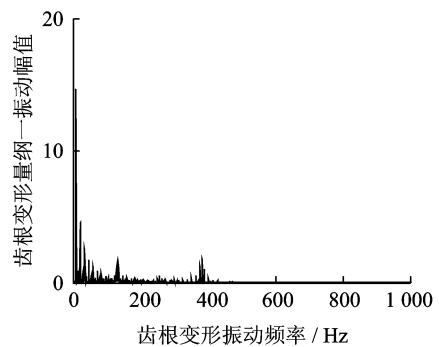


图 19 行星轮与内齿圈的齿根变形整体频谱图

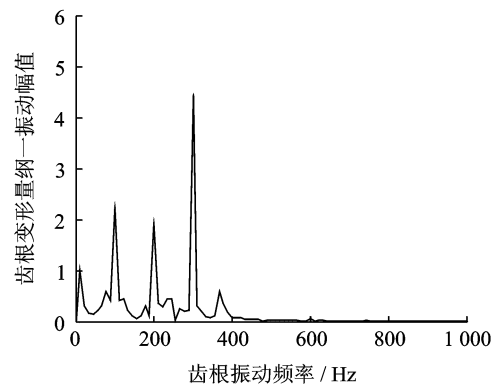


图 20 行星轮与内齿圈的齿根变形啮合域频谱图

期的时变刚度,误差激励和间隙等非线性因素影响,图 20 啮合周期的内齿圈的变形的频谱图细化显示了啮合过程多种非线性因素等影响。

按照式(13,14)对数据进行处理,计算均载系数,绘制其随时间变化的关系图,可以得到各个行星轮的均载曲线,在一个啮合周期 3 个行星轮均载系数随时间的变化规律如图 21 所示,系统的均载系数随时间的变化规律如图 22 所示。

通过图 21,22 可以获得 3 个行星轮的均载系数最大值分别为 1.071,1.117 和 1.055,系统均载

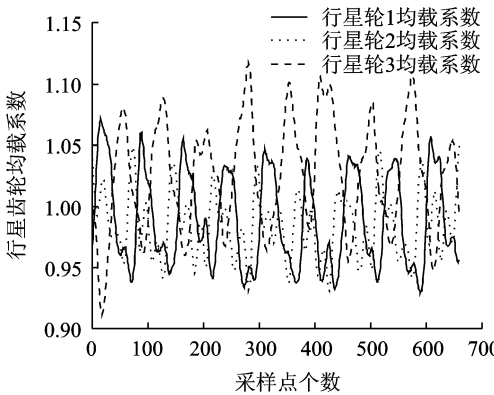


图 21 3 个行星轮啮合周期的均载曲线

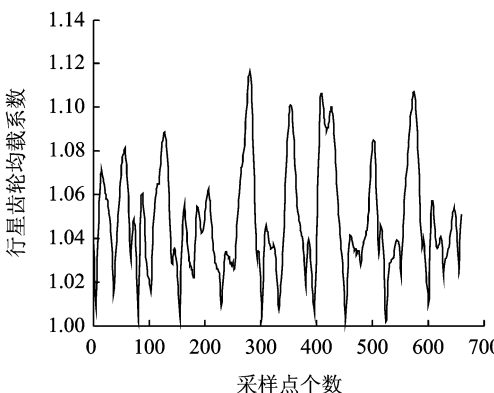


图 22 行星齿轮传动系统的啮合周期均载曲线

系数最大值为 1.117。

3.3 行星齿轮传动系统结果对比分析

由图 6,7 可知该系统为准周期响应,由图 8 频谱图可得出该系统具有多频响应成分,因为系统中包含了时变刚度,误差激励和间隙非线性因素。同样在试验所得的相图 18 和频谱图 19 和 20 可以得出试验的内齿圈的齿轮的应变变形具有相同准周期运动状态和系统具有多频响应成分。

由图 11 可得该行星轮传动系统的行星轮与内齿圈间的均载系数为 1.131。由图 21,22 可知,动力学试验的均载系数为 1.117,这与理论的动力学结果吻合较好,从而验证所建立模型和求解方法的正确性,由测试结果和动力学结果的一致性验证了该测试方案的可行性和准确性。

4 结 论

(1)建立了 7 自由度行星齿轮传动的非线性动力学模型,考虑了太阳轮的横向位移与纵向位移和太阳轮、行星轮的偏心误差激励;对系统的综合啮合误差进行了求解分析;确定系统的啮合力 and 阻尼力;得到了行星齿轮传动系统的动力学方程。

(2)求解分析了系统的啮合线上的时域响应、相图、频域的响应和动力学均载特性。

(3)设计了行星齿轮传动系统验证试验,并进行了试验,测得了齿根应力的变化曲线,求得了齿根应变的变化的相图和频谱图。试验的运动状态和均载系数结果与理论模型结果吻合较好,验证了所建立模型与计算方法的正确性;同时由测试结果和理论计算的力学结果一致性验证了该测试方案的可行性和准确性。

参考文献:

- [1] Ahmet K. Static load sharing characteristics of transmission planetary gear sets: Model and experiment [J]. Society of Automotive Engineers, 1999 (1):1954-1963.
- [2] Ahmet K. Load sharing characteristics of planetary transmissions[J]. Mech Mach Theory, 1994,29(8): 1151-1165.
- [3] Kahraman A. Free torsional vibration characteristics of compound planetary gear sets[J]. Mech Mach Theory, 2011(36):953-971.
- [4] Hidaka T, Sugimoto N, Ishida T. Effects of errors of elements on load distribution in planetary gears with various load equalizing mechanisms [J]. Japanese Mechanical Academic Society Collection,

1986,52(4480):2200-2206.

- [5] Blankenship G W, Singh R, Singh R. A new gear mesh interface dynamic model to predict multi-dimensional force coupling and excitation [J]. Mech Mach Theory, 1995,30(1):43-57.
- [6] Raclot J P, Velex P. Simulation of the dynamic behaviour of single and multi-stage geared systems with shape deviations and mounting errors by using a spectral method [J]. Journal of Sound and Vibration, 1999(5):861-903.
- [7] Kahraman A, Singh R. Interactions between time-varying mesh stiffness and clearance non-linearities in a geared system[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991(1):135-156.
- [8] 方宗德,沈允文,黄镇东. 2K-H 行星减速器的动态特性[J]. 西北大学学报,1990,4(4):361-370.
Fang Zongde, Shen Yunwen, Huang Zhendong. Analysis of dynamic behaviour of 2K-H planetary gearing[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 1990,4(4):361-370.
- [9] 杨振,王三民,范叶森. 一种新型功率分流齿轮传动系统动态特性研究[J]. 机械设计与制造,2007(8):99-101.
Yang Zhen, Wang Sanmin, Fan Yesen. Dynamic analysis of a new split-power gear system[J]. Machinery Design & Manufacture, 2007(8):99-101.
- [10] 宋少芳. 齿轮副非线性动力学模型的建立与分析 [D]. 吉林:吉林大学,2005.
Song Shaofang. Analysis and modeling of nonlinear dynamics of gear-pair [D]. Jilin: Jilin University, 2005.
- [11] 武宝林,杨素君,姚俊红. 齿轮传动中啮合冲击的理论分析[J]. 机械科学与技术,2003,22(1):55-57.
Wu Baolin, Yang Sujun, Yao Junhong. Theoretical analysis on meshing impact of in volute gears[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2003,22(1):55-57.
- [12] Benton M. Simulation of resonances and instability conditions in pinion-gear systems[J]. ASME Mech Des, 1978,100(1):26-35.
- [13] 孙智民,沈允文,王三民. 星型齿轮传动非线性动力学建模与动载荷研究[J]. 航空动力学报,2001,16(4): 402-407.
Sun Zhimin, Shen Yunwen, Wang Sanmin. Nonlinear dynamic modeling and dynamic tooth loads analysis[J]. Journal of Aerospace Power, 2001,16(4): 402-407.
- [14] 鲍和云,朱如鹏,靳广虎,等. 间隙对两级星型齿轮传动动态特性的影响研究[J]. 机械科学与技术,2009,

28(1):102-107.

Bao Heyun, Zhu Rupeng, Jin Guanghu, et al. Influence of backlash on the dynamic characteristics of a two-stage star gear train[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2009, 28(1):102-107.

[15] 陆俊华,李斌,朱如鹏. 行星齿轮传动静力学均载分析[J]. 机械科学与技术,2005,24(6):702-704.

Lu Junhua, Li Bin, Zhu Rupeng. Analysis of static load sharing in planetary gearing [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2005,24(6):702-704.

[16] 袁茹,王三民,沈允文. 行星齿轮传动的功率分流动态均衡优化设计 [J]. 航空动力学报,2000,15(4):410-412.

Yuan Ru, Wang Sanmin, Shen Yunwen. Dynamic optimum design of power shared out equally among the planetary gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2000,15(4):410-412.

[17] 袁擎宇,朱如鹏,朱自冰,等. 两级星型齿轮传动静力学均载分析[J]. 机械科学与技术,2004,23(7):789-792.

Yuan Qingyu, Zhu Rupeng, Zhu Zibing, et al. Analysis of static load sharing in a 2-stage star gearing system[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2004,23(7):789-792.

[18] 王建军,李润方. 齿轮系统动力学的理论体系[J]. 中国机械工程,1998,9(12):55-58.

Wang Jianjun, Li Runfang. The theoretical system of the gear vibration theory [J]. China Mechanical Engineering, 1998,9(12):55-58.

[19] Lin J, Parker R G. Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness variation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002(1):129-145.