

高超声速飞行器参数化几何建模方法与外形优化

张珍铭¹ 刘毅² 丁运亮¹

(1. 南京航空航天大学飞行器先进设计技术国防重点学科实验室, 南京, 210016;

2. 同济大学航空航天与力学学院, 上海, 200092)

摘要: 飞行器几何建模是进行外形优化设计的基础, 针对尺寸和形状驱动的飞行器外形参数化几何建模要求, 采用类型函数/形状函数变换技术, 建立面向族的参数曲面, 通过调整少量尺寸参数或类型函数/形状函数控制参数, 可以衍生出多种设计构型, 且相互转换十分便捷。相比现有CAD和二次曲线建模方法, 在模型简化和设计变量数量有效控制方面具有优势。升力体和乘波体两种典型布局飞行器的外形建模与应用表明方法简单、有效、适应性强, 可以满足飞行器概念设计阶段外形优化的要求。

关键词: 飞行器设计; 概念设计; 参数化几何建模; 类型函数/形状函数; 多学科设计优化

中图分类号: V221.3; V221.92; V411.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-2615(2012)02-0172-06

Parametric Geometry Modeling and Shape Optimization Method for Hypersonic Flight Vehicles

Zhang Zhenming¹, Liu Yi², Ding Yunliang¹

(1. Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai, 200092, China)

Abstract: A geometric class function/shape function transformation technique is introduced, and it meets requirements of dimension and shape driven parametric geometry modeling of aircraft. The modeling method can give a brief representation of various shapes or configurations with fewer variables compared with traditional CAD and modeling method based on conic curves. Variation of dimensions or class function/shape function variables can get a family of parametric surfaces, and more shapes or configurations are obtained conveniently. The lifting-body and waverider configurations demonstrate that the method is simple, effective and versatile, and can be used in external shape optimization of conceptual design.

Key words: aircraft design; conceptual design; parametric geometry modeling; class function/shape function; multidisciplinary design optimization

飞行器概念设计阶段要求综合权衡气动力/气动热、飞行轨迹、载荷条件、甚至雷达散射截面等各种设计因素。气动阻力、升阻比、操稳特性、表面热流等性能指标都在很大程度上依赖于概念设计对飞行器核心几何参数的折衷优化与合理选择。如何通过一组较少的设计参数准确描述飞行器外形、快速实现尺寸和形状驱动的参数化几何建模, 已经成

为概念设计 and 多学科设计优化的基础与关键^[1]。

Carty, Vandenbrande 和 Hicken 等^[2-4]通过传统的CAD方法(如NURBS曲线, B-样条曲线)实现飞行器外形参数化建模。然而, CAD方法在实际应用中存在表达参数偏多、不利于概念设计中各学科分析模型简化, 以及外形优化过程中对设计目标最为敏感的关键因素的集中关注等问题; Raymer

和唐伟等^[5-6]以二次曲线方法完成外形参数化建模。这种设计方法虽然可以通过形状参数和控制点半径等少量设计变量实现截面形状控制,但需要求解曲线始末端切线交点坐标,对于二阶导数不连续的曲线,还必须分段处理。

本文采用一种基于类型函数/形状函数的参数化几何建模方法^[7-8]建立飞行器几何外形,通过动态调整尺寸参数或少量类型函数/形状函数控制参数,即可得到一族参数曲面的外形表达,实现飞行器部件快速统一建模。以升力体、乘波体外形的气动估算和优化设计为应用实例,为概念设计及多学科设计优化对核心几何参数的考察与筛选提供了几何建模参考思路。

1 基于类型函数/形状函数的参数化几何建模方法

基于类型函数/形状函数的建模方法首先将上述两类外形曲面上点的物理坐标 (x, y, z) 用参数域归一化坐标 (ψ, η, ζ) 表示,然后把参数坐标值(如 $\zeta(\psi, \eta)$)解析地表达成类型控制函数 $C_{N_2}^{N_1(\psi, \eta)}(\psi, \eta)$ 与形状控制函数 $S(\psi, \eta)$ 的乘积,或其组合的形式。其中,类型函数表示具有某类明确几何属性的基准外形,形状函数则在类型函数基础上,定义特定几何形体的精确数学表达式。

首先,以截面类型函数定义机身截面形状,再利用分布类型函数沿纵向变化控制不同站位上机身截面的形状和尺寸。

对于一类椭圆形截面,有如下数学方程

$$\left(\frac{z}{h}\right)^2 + \left(\frac{2y-w}{w}\right)^2 = 1 \quad (1)$$

令 $\zeta = z/h, \eta = y/w$,则椭圆方程可写成

$$\zeta^2 + (2\eta - 1)^2 = 1 \quad (2)$$

或

$$\zeta = 2\sqrt{\eta} \cdot \sqrt{1-\eta} \quad (3)$$

进一步化为形状函数、类型函数形式

$$\zeta = S(\eta) \cdot C_{0.5}^{0.5}(\eta) \quad (4)$$

椭圆方程中,形状函数 $S(\eta)$ 恒为2。式(4)的类型函数指数参数分别用 ψ 的函数 $N_1(\psi)$ 和 $N_2(\psi)$ 表示,即 $C_{0.5}^{0.5}(\eta)$ 写成 $C_{N_2(\psi)}^{N_1(\psi)}(\eta)$ 。这样,从基本椭圆外形推广开来,通过分别选取类型函数的两个指数参数 $N_1(\psi)$ 和 $N_2(\psi)$,可以衍生出一系列各种类型的机身截面形状。机身截面形状的另外一种设计思路是类型函数保持不变,仅指定局部截面处形状函数表达式,选取形状函数参数为设计变量。

在建立上述截面外形基础上,三维截面控制类机身可定义为

$$\begin{cases} x = \psi \cdot l \\ y = [S_d \cdot C_d(\psi)] \cdot \eta \cdot W(\psi) \\ z = [S_d \cdot C_d(\psi)] \cdot S(\eta) \cdot C_{NC(\psi)}^{NC(\psi)}(\eta) \cdot H(\psi) \\ C_d(\psi) = \psi^{N_D} \cdot (1 - \psi)^{N_D} \end{cases} \quad (5)$$

式中: l, W, H 为3个物理坐标方向上的基准设计长度; $C_d(\psi)$ 和 S_d 为分布类型函数和分布形状函数; N_D 为分布类型函数指数参数。通过类型函数指数参数 $NC(\psi)$ 或分布类型函数 $C_d(\psi)$ 的适当选取,可以得到一组由不同截面组成的机身外形。

以文献[9]中升力体机身风洞实验模型(Lifting-body experimental model, LEM)为例,机身外形由一系列椭圆截面组成,建模结果如图1所示。

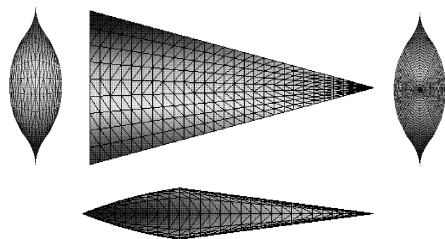


图1 基于类型函数/形状函数的LEM

类似地,以特定类型函数定义局部翼型基准外形,生成由双弧翼型和楔形翼型构成的翼身组合体飞行器简化外形,分别如图2,3所示。

参数化曲面实际应用中往往需要将解析曲面离散为由三角形或四边形面元组成的离散网格曲面。本文的离散化过程采用映射法,算法如下:

(1) 对待剖物理域曲面进行分片,如分为前机身、后机身、上翼面、下翼面等;

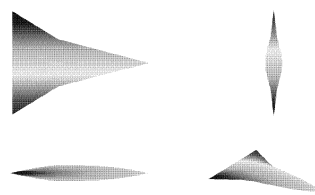


图2 双弧翼型构成的翼身组合体简化外形(翼型类型函数: $C_{1.0}^{1.0}$)

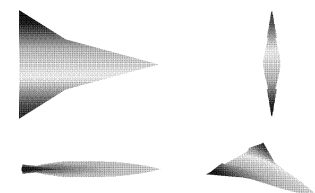


图3 楔形翼型构成的翼身组合体简化外形(翼型类型函数: $C_{0.001}^{1.0}$)

(2) 通过选择适当的映射函数,将待剖分物理域映射到参数空间中,形成规则参数域;

(3) 对二维规则参数域做Delaunay三角化(网格剖分);

(4) 将参数域三角化网格反向映射回物理空间,生成物理域中的三维网格曲面。

2 应用实例

针对升力体和乘波体两种高超声速典型布局的概念设计,采用类型函数/形状函数变换技术建立参数化几何模型,通过气动特性估算和机身外形优化,验证建模方法在实际应用中的可行性和有效性。

2.1 气动估算方法

高超声速飞行器概念设计中,广泛采用将外形面元离散思想同牛顿流理论等工程方法相结合的方式^[10-11]估算气动特性。本文中,迎风面估算借鉴切楔^[11]/切锥法^[12];背风面以Prandtl-Meyer膨胀波理论^[13-14]作为估算方法;摩擦阻力因数估算采用参考温度法^[11]。

2.2 升力体机身参数化建模与气动估算

2.2.1 机身参数化建模

对于LEM模型,将机身截面形状函数恒取2,初始类型函数选用 $C_{0.5}^{0.5}(\eta)$,升力体机身参数域至物理空间的变换关系如下

$$\begin{cases} x = \psi \cdot l \\ y = \eta \cdot W(\psi) \\ z_u = 2 \cdot C_{uNC_1}^{NC_1(\psi)}(\eta) \cdot W(\psi) \cdot H_w(\psi) \\ z_l = -2 \cdot C_{lNC_2}^{NC_2(\psi)}(\eta) \cdot W(\psi) \cdot H_w(\psi) \end{cases} \quad (6)$$

式中: l, W 分别为机身的长度和宽度; C_u, C_l 为上、下表面类型函数; z_u, z_l 为上、下表面高度物理坐标; $H_w(\psi)$ 为机身截面椭圆高宽比沿纵向的分布函数。前后机身上、下表面类型函数指数参数 NC_1, NC_2 均取0.5;前机身高宽比保持在0.25,后机身则从0.25线性减小至零。得到的LEM模型参数化几何建模结果如图1所示。

事实上,在气动外形优化过程中,机身截面形状的分布同样可以由其他关于纵向站位归一化参数 ψ 的函数 $NC_1(\psi), NC_2(\psi), H_w(\psi)$ 加以控制。这样,升力体机身的气动外形优化可归结为以 $\Delta, l_\pi, b_{\pi, \text{top}}, b_{\pi, \text{bottom}}, NC_1, NC_2, h_w$ 为设计变量的布局优化问题。设计变量定义见表1。通过动态调整 NC_1, NC_2 两个类型函数控制参数,即可方便地获得一族具有不同截面形状的升力体机身外形。

表1 升力体机身设计变量

| 参数 | 数量 | 说明 |
|--|----|--|
| 机身参考面积 $S_{\text{REF}}/\text{cm}^2$ | 1 | 水平投影面积 |
| 参考长度 b_{REF}/cm | 1 | 取机身全长 |
| 后掠角 $\Delta/(\circ)$ | 1 | |
| 最大截面站位 l_π/cm | 1 | 66.7% l |
| 最大截面形状 参考尺寸/cm | 3 | 长轴宽度 a_π ,上下表面短轴长度 $b_{\pi, \text{top}}, b_{\pi, \text{bottom}}$ |
| 截面类型函数及 控制参数 | 2 | 上表面 $NC_1(\psi)$, 下表面 $NC_2(\psi)$ |
| 截面形状函数 | 1 | $S(\psi)=2$ |
| 重心位置/cm | 1 | 55% l |
| 截面高宽比 H_w | 1 | |

2.2.2 气动估算

基于工程方法对LEM升力体机身进行气动特性估算。计算马赫数5.37,迎角范围 $-2.18 \sim 7.83^\circ$,来流雷诺数 8.2×10^6 。计算所得的升力系数 C_L 、阻力系数 C_D 、升阻比 L/D 和俯仰力矩系数 C_m 均与文献[9]中风洞试验数据吻合较好,如图4所示。

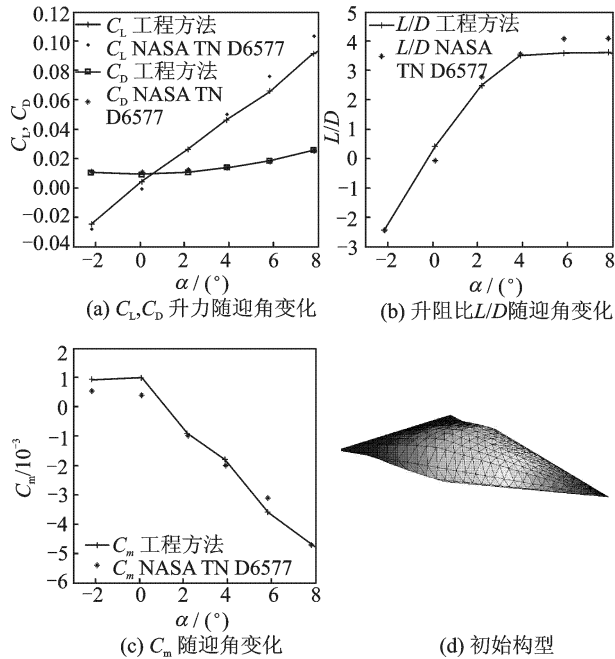


图4 LEM初始构型工程方法估算结果同实验数据对比($Ma=5.37$)

2.3 乘波体机身参数化建模与气动估算

2.3.1 机身参数化建模

高超声速乘波飞行器气动外形生成方法研究大致经历了 Δ 型乘波构型、锥导乘波构型、楔形锥形混合流动乘波构型、基于密切锥的乘波构型以及定常和变楔角方法等多种生成形式^[15]。本文将类型函数/形状函数建模方法与基于解析模型的高超声速乘波体生成方法——变楔角法(Variable

wedge angle method, VWA)^[16]相结合,在乘波飞行器截面外形的表达和控制上引入类型函数和形状函数。为便于设计算例的相互比较,前缘曲线平面形状仍然保持VWA方法中的幂律曲线形式。乘波体机身从参数域至物理域的变换关系为

$$\begin{cases} W(\psi) = w \cdot (\psi)^n & w = 2l^n \\ x = \psi \cdot l \\ y = \eta \cdot W(\psi) \\ z_u = 2 \cdot C_{uN_2}^{N_1(\psi)}(\eta) \cdot H_u \\ H_u = \psi \cdot l \cdot \tan\delta \\ z_l = S_1(\psi) \cdot C_{lN_4}^{N_3(\psi)}(\eta) \cdot H_l \\ H_l = \psi \cdot l \cdot (\tan\delta - \tan\theta) \end{cases} \quad (7)$$

式中: ψ, η 分别为机身纵、横向物理坐标的归一化参数; H_u, H_l 为上、下表面基椭圆高度; n 为乘波体平面形状函数的幂指数; δ 为前缘同来流夹角; θ 为初始楔角; $C_{uN_2}^{N_1(\psi)}(\eta), C_{lN_4}^{N_3(\psi)}(\eta)$ 分别为上、下表面类型函数。

如果将乘波体机身截面上表面设计为椭圆形式,即形状函数恒取2,类型函数取 $C_{u0.5}^{0.5}(\eta)$,则由 $\eta = 0.5$ 时的协调条件可知,下表面形状函数 $S_1(\psi)$ 为 $2^{N_3(\psi)+N_4(\psi)}$ 。表2列出了构建上述参数化乘波体机身所需的基本设计变量。图5给出由类型函数/形状函数变换技术同VWA相结合构造的乘波构型。

相对于VWA方法中乘波体截面形状的幂律曲线表达形式,基于类型函数/形状函数的参数化建模方法在截面外形表达上更为丰富。通过类型函数指数参数 $N_1(\psi), N_2(\psi)$ 或分布类型函数 $C_d(\psi)$

表2 乘波构型设计变量

| 设计变量参数类型 | 数量 | 说明 |
|--------------------------------|----|-------------------------|
| 机身长度 l/m | 1 | 60 |
| 机身宽度 w | 1 | 37.16 |
| 楔角 $\theta/(^\circ)$ | 1 | 4.763 6 |
| 前缘倾角 $\delta/(^\circ)$ | 1 | 4.791 3 |
| 平面形状幂指数 n | 1 | 0.494 2 |
| 上表面截面类型函数控制参数 $NC_u(N_1, N_2)$ | 2 | 初始设计状态 $N_1=N_2=0.5$ |
| 下表面截面类型函数控制参数 $NC_l(N_3, N_4)$ | 2 | 初始设计状态 $N_3=N_4=0.5$ |

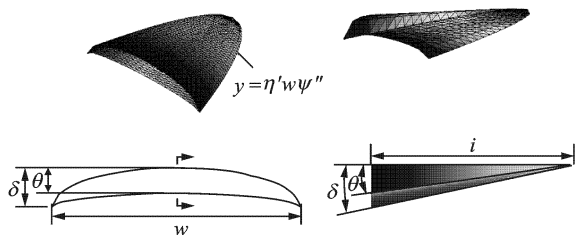


图5 类型函数/形状函数方法同VWA相结合构造参数化乘波构型

的选取(见式(5)),可以方便地实现变截面形状设计和优化。同时,基于类型函数/形状函数的建模方法,还有利于乘波前体与中后机身或其他气动部件在建模方式上的协调统一。

这样,对乘波构型的气动外形优化可以归结为以 $l, w, \theta, \delta, n, NC_u, NC_l$ 为设计变量的布局优化设计问题。调整 NC_u, NC_l 等少量类型函数控制参数,即可得到一族具有不同截面外形的乘波设计构型。

2.3.2 气动估算

以文献[16]中乘波巡航飞行器为例,来流马赫数8,动压取 1.87×10^4 Pa,各基本设计变量参数值详见表2。气动特性估算结果列于表3,其中 S_w 表示浸润面积, L 为估算升力, D_w, D_v 分别代表波阻和摩阻。

表3 乘波体气动估算结果与MAXWARP对比

| 参数 | 本文方法 | MAXWARP ^[16] |
|----------------|---------|-------------------------|
| S_w/m^2 | 3 039.5 | 3 051 |
| L/D | 7.82 | 8.44 |
| $L/(10^6 N)$ | 7.971 | 7.990 |
| $D_w/(10^6 N)$ | 0.783 | 0.707 |
| $D_v/(10^6 N)$ | 0.236 | 0.240 |

对比本文方法与文献[16]及MAXWARP软件计算结果,由于乘波体截面外形表达方式与文献[16]有所不同,导致升力和波阻估算误差较大,但都在10%以内;在浸润面积基本一致的情况下,摩阻误差较小。估算实例表明,基于本文建模方法在以少量设计参数实现形状和尺寸驱动参数化建模的同时,能够获得精度较高的计算结果,满足概念设计估算需要。

2.4 机身外形优化设计

选择LEM双椭圆截面风洞实验模型为初始设计构型,全机参考面积 S_{REF} 和重心相对位置(55%机身全长)保持不变,以容积利用率 V_{eff} 、配平迎角 α_{trim} 、配平静稳定性 $C_{m,\alpha}$ 等设计指标为约束,分别选取后掠角 Λ ,最大截面处上、下表面短轴长度 $b_{\pi,top}, b_{\pi,bottom}$ 和上、下表面类型函数指数参数 NC_l, NC_u 为设计变量,对其在来流 Ma 为5.37,迎角为 4° 条件下,进行升阻比和容积利用率最大化的多目标优化设计。优化问题数学描述如下

$$\begin{aligned} \max: & f_1 = \frac{L}{D}, f_2 = V_{eff} \\ \text{s. t. :} & \begin{cases} C_L > 0 \\ 0 \leq \alpha_{trim} \leq 10 \\ \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0 \\ V_{eff} \geq 0.25 \\ l_\pi = 66.7\% \cdot \sqrt{S_{REF} \cdot \tan\Lambda} \\ a_\pi = \frac{l_\pi}{\tan\Lambda} \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

设计变量

$$\begin{cases} 45 \leq \Lambda \leq 90 \\ 1 \leq b_{\pi, \text{top}}, b_{\pi, \text{bottom}} \leq 10 \\ 0.001 \leq NC_1, NC_2 \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

式中:升阻比和容积利用率分别定义为

$$\frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} \quad (10)$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{6 \sqrt{\pi} \cdot V}{S_w^{3/2}} \quad (11)$$

V 表示飞行器体积。

应用NSGA-II 算法得到图6 所示Pareto-前端。

表4 分别列出当前种群中具有最大升阻比、最佳容积利用率和最大升力系数的Pareto-前端边界个体, 这些构型的前视和俯视对比结果如图7 所示。

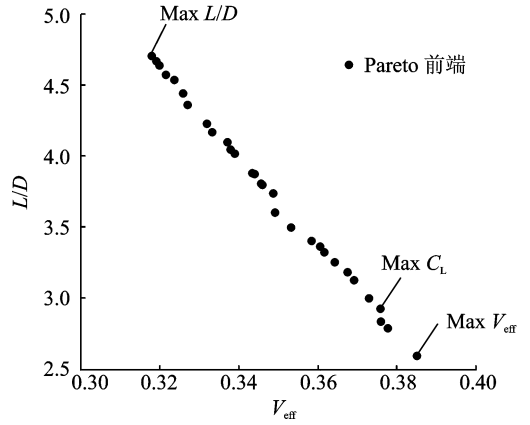


图6 LEM模型外形优化得到的Pareto-前端

从优化设计结果中不难看出,初始构型的升阻

表4 Pareto-前端边界个体

| 设计构型 | 设计变量 | | | | | 性能指标 | | | 约束条件 | |
|----------------------|-----------|-----------------------|--------------------------|--------|--------|-------|------------------|-------|--------------------------------|----------------------------------|
| | Λ | $b_{\pi, \text{top}}$ | $b_{\pi, \text{bottom}}$ | NC_1 | NC_2 | L/D | V_{eff} | C_L | $\alpha_{\text{trim}}/(\circ)$ | $\partial C_m / \partial \alpha$ |
| 初始构型 | 75.00 | 2.16 | 2.16 | 0.50 | 0.50 | 3.57 | 0.297 | 0.047 | 0.15 | -0.000 7 |
| Max L/D | 83.58 | 1.86 | 4.85 | 0.24 | 0.64 | 4.70 | 0.318 | 0.041 | 1.76 | -5.018 2 |
| Max V_{eff} | 79.93 | 2.10 | 5.06 | 0.19 | 0.56 | 2.59 | 0.385 | 0.054 | 0.85 | -0.000 5 |
| Max C_L | 79.26 | 1.80 | 4.67 | 0.20 | 0.52 | 2.92 | 0.376 | 0.064 | 0.61 | -3.297 2 |

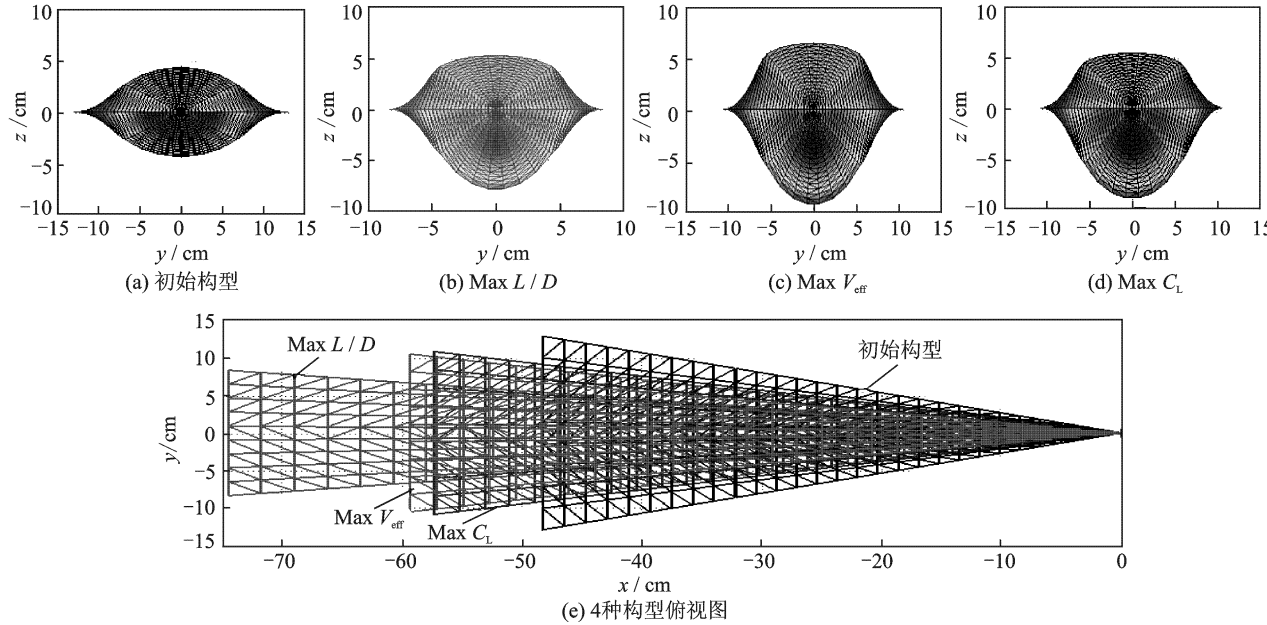


图7 满足不同性能要求的构型对比

表5 推荐最优布局方案及性能

| 方案 | 设计变量 | | | | | 性能指标 | | | |
|------|-----------|-----------------------|--------------------------|--------|--------|-------|------------------|-----------|-------------------|
| | Λ | $b_{\pi, \text{top}}$ | $b_{\pi, \text{bottom}}$ | NC_1 | NC_2 | L/D | V_{eff} | S_w/m^2 | $V/(10^{-3} m^3)$ |
| 初始构型 | 75 | 2.16 | 2.16 | 0.50 | 0.50 | 3.57 | 0.297 | 0.176 | 2.05 |
| A | 80.95 | 1.80 | 4.69 | 0.19 | 0.53 | 3.36 | 0.361 | 0.220 | 3.49 |
| B | 82.29 | 1.95 | 4.51 | 0.17 | 0.56 | 3.74 | 0.349 | 0.224 | 3.48 |
| C | 82.94 | 2.19 | 4.90 | 0.28 | 0.57 | 4.01 | 0.339 | 0.231 | 3.54 |

比和容积利用率两指标相互制约,但均存在可提升空间。从Pareto-解集中选择3个典型方案作为推荐布局构型,其性能指标列于表5。相对初始构型,方案A容积利用率增加21%,升阻比略降;方案B容积利用率增加17.5%,升阻比则提高了4.8%;方案C升阻比提高最多(12.3%),容积利用率增加了14%。

基于本文类型函数/形状函数变换技术,调整LEM模型的5个核心设计参数可以覆盖较大范围的设计空间,尤其在飞行器截面外形表达上,通过变化两个类型函数参数能够得到丰富的截面形状组合,有利于控制设计变量规模,提高概念设计效率。

3 结 论

(1) 基于类型函数/形状函数的参数化几何建模方法简单高效,可以用于飞行器概念设计阶段快速构建翼型、翼面、短舱、机身等各部件的几何模型。方法的鲁棒性和适应性较强,有利于实现飞行器外形建模方式的协调统一。

(2) 类型函数/形状函数变换技术在升力体和乘波体两类典型高超声速飞行器建模中的实际应用,表明本文方法可以获得精度较高的气动估算结果,并能够以相对较少的设计变量覆盖较大规模的设计空间,为升力体和乘波体高超声速飞行器概念设计阶段外形设计提供了新的方式。

(3) 以类型函数/形状函数方法实现形状驱动的面向族的外形参数化建模,只需调整少量类型函数或形状函数参数,便可衍生出多种构型,且构型间的相互转换十分便捷,为气动外形优化带来了方便。

参考文献:

[1] 余雄庆. 飞机总体多学科设计优化的现状与发展方向[J]. 南京航空航天大学学报, 2008, 40(4): 417-426.
Yu Xiongqing. Multidisciplinary design optimization for aircraft conceptual and preliminary design: status and directions[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 40(4): 417-426.

[2] Carty A, Davies C. Comgeom2: a geometry tool for multidisciplinary analysis and data sharing[R]. AIAA-2004-4303, 2004.

[3] Vandenbrande J H, Grandine T A, Hogan T. The search for the perfect body: shape control for multi-

disciplinary design optimization [R]. AIAA-2006-928, 2006.

[4] Hicken J E, Zingg D W. Integrated geometry parametrization and grid movement using B-spline meshes[R]. AIAA-2008-6079, 2008.

[5] Raymer D P. Aircraft design: a conceptual approach [M]. 3rd Edition. Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999:145-155.

[6] 唐伟, 张勇, 李为吉, 等. 二次曲线截面弹身的气动设计及优化[J]. 宇航学报, 2004, 25(4): 429-433.
Tang Wei, Zhang Yong, Li Wei, et al. Aerodynamic design and optimization for vehicles with conic cross section[J]. Journal of Astronautics, 2004, 25(4): 429-433.

[7] Kulfan B M. A universal parametric geometry representation method—"CST"[R]. AIAA-2007-62, 2007.

[8] Kulfan B M. Universal parametric geometry representation method[J]. Journal of Aircraft, 2008, 45(1): 142-158.

[9] Walter P N, Charles L T. Aerodynamic characteristics of an all-body hypersonic aircraft configuration at Mach numbers from 0.65 to 10.6[R]. NASA/TN D-6577, 1971.

[10] Grant M J. Analytic hypersonic aerodynamics for conceptual design of entry vehicles[R]. AIAA-2010-1212, 2010.

[11] Anderson J D. Hypersonic and high-temperature gas dynamics [M]. 2nd Edition. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006: 261-374.

[12] Cruz C I, Sova G J. Improved tangent-cone method for the aerodynamic preliminary analysis system (APAS) version of the hypersonic arbitrary-body program[R]. NASA-TM-4165, 1990.

[13] Kaufman L G. Pressure estimation techniques for hypersonic flows over blunt bodies [J]. Journal of Astronautical Sciences, 1963, 10(2):35-41.

[14] Zucker R D, Bibarz O. Fundamentals of gas dynamics [M]. 2nd Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2002: 207-238.

[15] 赵桂林, 胡亮, 闻洁, 等. 乘波构型和乘波飞行器研究综述[J]. 力学进展, 2003, 33(3): 357-374.
Zhao Guilin, Hu Liang, Wen Jie, et al. An overview of the research on waveriders and waverider-derived hypersonic vehicles [J]. Advances in Mechanics, 2003, 33(3): 357-374.

[16] Starkey R P, Lewis M J. A simple analytical model for parametric studies of hypersonic waveriders[R]. AIAA-98-1616, 1998.