

## 旋转惯导系统中的圆锥误差分析及其补偿

赖际舟 吕品 张玲 刘建业

(南京航空航天大学自动化学院, 南京, 210016)

**摘要:**圆锥误差是由转动不可交换性误差引起的,存在于惯导系统导航解算的一种误差形式。由于基于旋转调制方式的惯导系统运动模式与传统捷联惯导系统不同,因此圆锥误差的表现形式也会发生相应变化。首先建立了旋转调制惯导系统的圆锥运动模型,对其不可交换性误差进行了推导。在此基础上分析了基于等效旋转矢量的多子样算法在旋转惯导系统圆锥误差补偿中的应用效果以及旋转方案对圆锥误差补偿的影响,最终通过仿真对理论分析进行了验证。仿真结果表明,圆锥误差对于旋转惯导系统的影响要大于传统惯导系统,但可以通过改变旋转方式来对圆锥误差进行抑制。

**关键词:**惯性导航;旋转惯导系统;转动不可交换性误差;多子样算法;圆锥误差补偿

**中图分类号:**U666.1      **文献标识码:**A      **文章编号:**1005-2615(2012)02-0159-06

## Coning Error Analysis and Compensation in Rotation Inertial Navigation System

Lai Jizhou, Li Pin, Zhang Ling, Liu Jianye

(College of Automation, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** The coning error caused by noncommutable error of rigid body rotation is one kind of errors in inertial navigation system (INS). Since motion characteristic of rotation INS (RINS) is different from that of INS, the coning error of RINS changes. Firstly, the conical motion model of RINS is established, and the noncommutable error is deduced. Then, the effect of multi-sample algorithm based on rotation vector applied to the coning error compensation of RINS is analyzed, and simulation is carried out. The simulation results show that the coning error in RINS is greater than that in traditional INS, but it can be restrained by the way of rotating.

**Key words:** inertia navigation; rotation inertial navigation system; noncommutable error of rigid body; multi-sample algorithm; coning error compensation

捷联惯导系统的陀螺仪与载体固连,直接敏感载体的角运动。受转动的不可交换性影响,在高速、高动态环境下,捷联导航算法中存在严重的圆锥效应误差<sup>[1]</sup>。1971年John E. Bortz提出了采用等效旋转矢量的方法进行捷联惯导的姿态更新解算,在此基础上多位学者对圆锥误差的补偿算法进行了研究。1998年Chan Gook Park对以往的算法进行

了总结,提出了基于多子样的圆锥误差补偿算法的通用公式,捷联惯导系统的圆锥误差补偿问题得到了较好的解决<sup>[2]</sup>。

惯性器件的精度是影响捷联惯导系统导航性能的主要因素,旋转调制技术通过使惯导系统增加一个旋转机构,令惯性器件按照设计的方案进行转动,可有效抑制惯性器件的常值误差,提高系统精

**基金项目:**国家自然科学基金(61174197,91016019)资助项目;南京航空航天大学基本科研业务基金(NS2010066, NP2011049)资助项目;江苏省高校“青蓝工程”资助项目。

**收稿日期:**2011-05-31; **修订日期:**2011-12-30

**通讯作者:**赖际舟,男,博士,副教授,1977年生,E-mail:laijz@nuaa.edu.cn。

度<sup>[3]</sup>。采用旋转调制技术的惯导系统又被称为旋转惯导系统。20世纪80年代以来,随着光学陀螺的迅速发展,旋转调制技术在激光捷联惯导系统中的应用越来越广泛<sup>[4]</sup>。采用该技术的MK39 Mod3C, MK49以及AN/WSN-7系列激光捷联惯导系统被成功应用于水面舰船以及潜艇中<sup>[5]</sup>。

在旋转惯导系统中,惯性器件安置于转动机构上随之旋转,相对于传统惯导系统其运动形式产生了变化,其圆锥误差的表现形式与补偿后的剩余误差也将发生变化,目前未有文献对该方面内容进行研究。针对于此,本文首先分析了旋转惯导系统的圆锥运动特性,建立了圆锥运动模型并推导了不可交换性误差,对多子样补偿算法在旋转惯导系统圆锥误差补偿中的应用效果进行了讨论,最后通过仿真对理论结果进行了验证。

## 1 旋转惯导系统的圆锥运动特性分析

相对于传统惯导系统,旋转惯导系统圆锥运动模型与不可交换性误差均产生了变化,因此需要对其进行分析与推导。

### 1.1 旋转惯导系统的圆锥运动建模

圆锥运动是刚体的一种几何运动方式,刚体受到环境振动影响或本身具有角运动,使得其在2个正交轴方向具有频率相同的角振动速率时,第3个正交轴在空间绕其平均位置作锥面或近似锥面的运动,称为刚体的圆锥运动。

假设动坐标系**b**系相对于参考坐标系**r**系绕 $o_r z_r$ 作圆锥运动,半锥角为 $\alpha$ ,圆锥运动角速率为 $\omega_c$ ,则传统捷联惯导系统中 $t$ 时刻的变换四元数 $Q_s(t)$ 可表示为<sup>[6]</sup>

$$Q_s(t) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) \\ \sin(\alpha/2)\cos(\omega_c t) \\ \sin(\alpha/2)\sin(\omega_c t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

在单轴旋转捷联惯导系统中惯性测量单元(Intertial measurement unit, IMU)安装于一个转动机构上,因此**b**系除了相对于**r**系作经典圆锥运动外,仍会随着转动机构绕 $o_r z_r$ 进行旋转运动。设其转速为 $\omega_r$ ,则旋转惯导系统中的圆锥运动可以表示为**b**系相对于**r**系圆锥运动与旋转运动的合成。以 $Q_1(t)$ 表示其中旋转运动部分的变化四元数, $Q_2(t)$ 表示其中圆锥运动部分的变化四元数,则旋转惯导系统中的圆锥运动变换四元数 $Q(t)$ 可表示为

$$Q(t) = Q_2(t) \otimes Q_1(t) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) \\ \sin(\alpha/2)\cos(\omega_r t + \omega_c t) \\ \sin(\alpha/2)\sin(\omega_r t + \omega_c t) \\ 0 \end{bmatrix} \otimes$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\omega_r t/2) \\ 0 \\ 0 \\ \sin(\omega_r t/2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha/2)\cos(\omega_r t/2) \\ \sin(\alpha/2)\cos(\omega_c t + \omega_r t/2) \\ \sin(\alpha/2)\sin(\omega_c t + \omega_r t/2) \\ \cos(\alpha/2)\sin(\omega_r t/2) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $\otimes$ 代表四元数乘法。可以看出,当转动机构转速 $\omega_r$ 为零时,式(1,2)相等。

以 $\omega(t)$ 表示旋转惯导系统中**b**系相对于**r**系的转动角速度,根据四元数微分方程,有<sup>[7]</sup>

$$\dot{Q}(t) = Q(t) \otimes \omega(t)/2 \quad (3)$$

则 $\omega(t)$ 可表示为

$$\omega(t) = 2Q^*(t) \otimes \dot{Q}(t) = \begin{bmatrix} -(\omega_c + \omega_r)\sin\alpha\sin(\omega_c t) \\ (\omega_c + \omega_r)\sin\alpha\cos(\omega_c t) \\ \omega_r\cos\alpha - 2\omega_c\sin^2(\alpha/2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

通过式(2,4)可以看出,在旋转惯导系统中,由于转动机构的旋转使圆锥运动模型发生了变化。

### 1.2 旋转惯导系统圆锥运动的转动不可交换性误差分析

由于刚体转动的不可交换性,使载体在圆锥运动环境下进行导航解算时存在误差,体现于陀螺的输出在拟合更新等效旋转矢量时产生的误差。

以 $Q(t_m)$ 与 $Q(t_{m-1})$ 表示**b**系在 $t_m$ 与 $t_{m-1}$ 时刻的变换四元数,其中 $t_m - t_{m-1} = T$ 。以 $\Phi(t_{m-1}, t_m)$ 表示 $t_{m-1}$ 时刻至 $t_m$ 时刻相对变化的等效旋转矢量, $q(t_{m-1}, t_m)$ 为与其对应的变换四元数。

由变换四元数的更新方程

$$Q(t_m) = Q(t_{m-1}) \otimes q(t_{m-1}, t_m) \quad (5)$$

可解得

$$q(t_{m-1}, t_m) = Q(t_{m-1})^* \otimes Q(t_m) = \begin{bmatrix} \cos^2 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\omega_r T}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \left( \frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T \right) \\ - \sin \frac{\omega_r T + \omega_c T}{2} \sin \alpha \sin \left( \omega_c t + \frac{\omega_c T}{2} \right) \\ \sin \frac{\omega_r T + \omega_c T}{2} \sin \alpha \cos \left( \omega_c t + \frac{\omega_c T}{2} \right) \\ \cos^2 \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\omega_r T}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin \left( \frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T \right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

根据变换四元数 $q(t_{m-1}, t_m)$ 与等效旋转矢量 $\Phi(t_{m-1}, t_m)$ 之间的关系

$$q(t_{m-1}, t_m) = \cos \frac{\Phi_r}{2} + \Phi(t_{m-1}, t_m) \frac{\sin(\Phi_r/2)}{\Phi_r} \quad (7)$$

式中 $\Phi_T = |\Phi(t_{m-1}, t_m)|$ 。由于 $\Phi_T$ 为小量,  $\frac{\sin(\Phi_T/2)}{\Phi_T}$

可近似为 $1/2$ ,则对比式(6,7)的后3个分量可得

$\Phi(t_{m-1}, t_m) =$

$$\begin{bmatrix} -2\sin\frac{\omega_r T + \omega_c T}{2} \sin\alpha \sin\left(\omega_c t + \frac{\omega_c T}{2}\right) \\ 2\sin\frac{\omega_r T + \omega_c T}{2} \sin\alpha \cos\left(\omega_c t + \frac{\omega_c T}{2}\right) \\ 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \sin\frac{\omega_r T}{2} - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \sin\left(\frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T\right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

假设从 $t_{m-1}$ 时刻至 $t_m$ 时刻对圆锥运动进行了 $N$ 次等间隔角增量采样,采样周期为 $h = T/N$ ,则根据式(7),有各子样角增量 $\Delta\theta_m(i)$ 与总的角增量 $\Delta\theta_m$ 的表达式为

$$\Delta\theta_m(i) = \int_{t_{m-1} + (i-1)h}^{t_{m-1} + ih} \omega(t) dt =$$

$$\begin{bmatrix} -2\frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\alpha \sin\frac{\omega_c h}{2} \sin\left[\omega_c\left(t_{m-1} + ih - \frac{h}{2}\right)\right] \\ 2\frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\alpha \sin\frac{\omega_c h}{2} \cos\left[\omega_c\left(t_{m-1} + ih - \frac{h}{2}\right)\right] \\ \omega_r h \cos\alpha - 2\omega_c h \sin^2\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\Delta\theta_m = \int_{t_{m-1}}^{t_m} \omega(t) dt = \sum_{i=1}^N \Delta\theta_m(i) =$$

$$\begin{bmatrix} -2\frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\alpha \sin\frac{\omega_c T}{2} \sin\left[\omega_c\left(t + \frac{T}{2}\right)\right] \\ 2\frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\alpha \sin\frac{\omega_c T}{2} \cos\left[\omega_c\left(t + \frac{T}{2}\right)\right] \\ \omega_r T \cos\alpha - 2\omega_c T \sin^2\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, N$ 。在上述分析中,式(8)表示 $t_{m-1}$ 时刻至 $t_m$ 时刻更新等效旋转矢量的理论值,式(10)表示该期间陀螺输出的总角增量,在用式(10)对式(8)进行拟合时存在误差如下

$\delta\Phi_m = \Phi(t_{m-1}, t_m) - \Delta\theta_m =$

$$\begin{bmatrix} -2\left(\sin\frac{\omega_r T + \omega_c T}{2} - \frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\frac{\omega_c T}{2}\right) \sin\alpha \sin\left[\omega_c\left(t + \frac{T}{2}\right)\right] \\ 2\left(\sin\frac{\omega_r T + \omega_c T}{2} - \frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\frac{\omega_c T}{2}\right) \sin\alpha \cos\left[\omega_c\left(t + \frac{T}{2}\right)\right] \\ 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \left(\sin\frac{\omega_r T}{2} - \frac{\omega_r T}{2}\right) - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \left[\sin\left(\frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T\right) - \left(\frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T\right)\right] \end{bmatrix} \quad (11)$$

通过式(11)可以看出:

(1) 旋转惯导系统圆锥运动引起的不可交换性误差在 $x$ 与 $y$ 轴表现为周期量,在 $z$ 轴表现为常值量,这与传统惯导系统一致。

(2) 由于周期量误差在导航解算中会累积抵消,因此通常以 $z$ 轴的常值量误差来衡量不可交换性误差的大小。

(3) 转动机构的旋转对 $z$ 轴常值量误差引入了 $\omega_r$ 分量,与传统惯导系统相比产生了变化。

## 2 旋转惯导系统的圆锥误差多子样补偿算法

在传统惯导系统中,通常采用多子样算法对圆锥误差进行补偿。然而将其应用于旋转惯导系统中时,其补偿效果将会发生变化,需对其进行分析。同时将讨论旋转惯导系统转动方案对圆锥误差的影响。

### 2.1 旋转惯导系统的圆锥误差多子样补偿算法

多子样补偿算法的基本原理为在每个姿态更新周期 $T$ 内进行多次陀螺数据采样,获得子样 $\Delta\theta_m(i)$ ,通过 $\Delta\theta_m(i)$ 之间的叉乘对圆锥误差进行拟合。

在对圆锥误差进行补偿时,将主要考虑其常值分量部分。根据式(11),可得

$$\delta\Phi_{mz} = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \left(\sin\frac{\omega_r T}{2} - \frac{\omega_r T}{2}\right) -$$

$$2\sin^2\frac{\alpha}{2} \left[\sin\left(\frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T\right) - \left(\frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T\right)\right] \quad (12)$$

利用泰勒级数展开 $\delta\Phi_{mz}$ 中的 $\sin\left(\frac{\omega_r T}{2} + \omega_c T\right)$ ,可得

$$\delta\Phi_{mz} = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} \left(\sin\frac{\omega_r T}{2} - \frac{\omega_r T}{2}\right) -$$

$$4\sin^2\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^{\infty} C_i \lambda_1^{2i+1} \quad (13)$$

式中: $C_i = (-1)^{i+1} \frac{N^{2i+1}}{2(2i+1)!}$ ;  $\lambda_1 = \frac{\omega_r h}{2} + \omega_c h$ 。

根据文献[2],可知圆锥误差补偿通式为

$$\delta\hat{\Phi}_m = \left[ \sum_{i=1}^{N-1} K_{N-i} \Delta\theta_m(i) \right] \times \Delta\theta_m(N) \quad (14)$$

式中 $K_i$ 为待定系数。由式(9),可得

$\Delta\theta_m(i) \times \Delta\theta_m(j) =$

$$\begin{bmatrix} -4\left(\omega_r h \cos\alpha - 2\omega_c h \sin^2\frac{\alpha}{2}\right) \frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\alpha \sin\frac{\omega_c h}{2} \\ \sin\left[\omega_c\left(t_{m-1} + \frac{i+j-1}{2}h\right)\right] \sin\left[\omega_c(ih - jh)/2\right] \\ 4\left(\omega_r h \cos\alpha - 2\omega_c h \sin^2\frac{\alpha}{2}\right) \frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \sin\alpha \sin\frac{\omega_c h}{2} \\ \cos\left[\omega_c\left(t_{m-1} + \frac{i+j-1}{2}h\right)\right] \sin\left[\omega_c(ih - jh)/2\right] \\ 4\sin^2\alpha \left(\frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c}\right)^2 \sin^2\frac{\omega_c h}{2} \sin[(j-i)\omega_c h] \end{bmatrix} \quad (15)$$

将式(15)代入式(14),整理可得  $\delta\hat{\Phi}_m$  的  $z$  轴分量  $\delta\hat{\Phi}_{mz}$  为

$$\delta\hat{\Phi}_{mz} = \sin^2\alpha \left( \frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \right)^2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{N-1} A_{ij} K_i \lambda_2^{2i+1} \quad (16)$$

式中:  $A_{ij} = (-1)^{i+1} \frac{(j+1)^{2i+1} + (j-1)^{2i+1} - 2j^{2i+1}}{(2i+1)!}$ ;

$\lambda_2 = \omega_c h$ 。

由于  $\alpha$  为小量,近似有

$$4\sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx \sin^2\alpha \quad (17)$$

多子样补偿算法即用式(16)对式(13)进行拟合,待定系数为  $K_i$ 。对于传统惯导系统,由于  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,因此可令式(16)与式(13)相等,从而对各子样下的  $K_i$  进行求解。在旋转惯导系统中,由于  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ,求得的  $K_i$  必然为  $\omega_c$  与  $\omega_r$  的函数,而  $\omega_c$  在实际解算中是未知的。因此,令旋转惯导系统中的  $K_i$  与传统惯导系统的  $K_i$  一致,继而对圆锥误差补偿后的剩余误差进行分析。

对比式(13,16),旋转惯导系统圆锥误差补偿后的剩余误差主要包含4部分:

(1)  $\delta\Phi_{mz}$  中包含  $2\cos^2 \frac{\alpha}{2} \left( \sin \frac{\omega_r T}{2} - \frac{\omega_r T}{2} \right)$  项,  $\delta\hat{\Phi}_{mz}$  中无法对其进行拟合,对其进行泰勒级数展开后可近似为  $-\frac{\omega_r^3 T^3}{24} \cos^2 \frac{\alpha}{2}$ 。

(2)  $\delta\hat{\Phi}_{mz}$  的系数中包含  $\left( \frac{\omega_r + \omega_c}{\omega_c} \right)^2 = 1 + \frac{2\omega_r}{\omega_c} + \frac{\omega_r^2}{\omega_c^2}$ ,其中  $\delta\Phi_{mz}$  中不包含  $\frac{2\omega_r}{\omega_c} + \frac{\omega_r^2}{\omega_c^2}$  两项。通常转动机构旋转频率相对于圆锥运动频率较慢,因此忽略  $\frac{\omega_r^2}{\omega_c^2}$ ,将其代入式(16)中,可得该项误差可近似为  $-\alpha^2(\omega_r T)(\omega_c T)^2/6$ 。

(3)  $\delta\Phi_{mz}$  中  $\lambda_1$  与  $\delta\hat{\Phi}_{mz}$  中  $\lambda_2$  的不一致在拟合时会产生近似为  $\alpha^2(\omega_r T)(\omega_c T)^2/8$  的误差。

(4) 根据子样数的不同,多子样补偿算法本身存在剩余误差,可将其近似为  $\frac{N \times N!}{2^{N+1} \prod_{k=1}^{N+1} (2k-1)} \cdot \alpha^2(\omega_c T)^{2N+1}$ 。

综上所述,可得旋转惯导系统圆锥误差补偿后的剩余误差为

$$\epsilon_N = \delta\Phi_{mz} + \delta\hat{\Phi}_{mz} = -\frac{\omega_r^3 T^3}{24} \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2(\omega_r T)(\omega_c T)^2}{24} + \frac{N \times N!}{2^{N+1} \prod_{k=1}^{N+1} (2k-1)} \alpha^2(\omega_c T)^{2N+1} \quad (18)$$

通过式(18)可以看出,剩余误差分为两类:

(1) 第1类为  $\epsilon_N$  的前两项  $-\frac{\omega_r^3 T^3}{24} \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha^2(\omega_r T)(\omega_c T)^2}{24}$ 。此类误差与算法的子样数无关,不

存在于传统惯导系统中,产生原因为多子样补偿算法应用于旋转惯导系统时的固有缺陷。

(2) 第2类误差为  $\epsilon_N$  的第3项  $\frac{N \times N!}{2^{N+1} \prod_{k=1}^{N+1} (2k-1)} \alpha^2(\omega_c T)^{2N+1}$ 。此类误差随着算

法子样数的增加而减小,同样存在于传统惯导系统中,是由于圆锥误差补偿精度受子样数限制引起的。

在传统惯导系统中,圆锥误差的补偿精度随着子样数的增加而提高。而对于旋转惯导系统,第1类剩余误差的存在使其在子样数达到某一数值后,圆锥误差补偿的精度不再会随子样数的增加而提高。

## 2.2 转动方案对旋转惯导系统圆锥误差的影响

在旋转惯导系统运行时,转动机构通常以转停的方式正反方向旋转。此种旋转方式在达到旋转调制效果的同时,可以有效降低转动机构对惯导系统本身带来的各项误差。该旋转方案有利于旋转惯导系统中圆锥误差的补偿:

(1) 圆锥误差补偿后剩余误差对惯导系统的影响是以积分形式体现的。当  $\omega_c$  在一个正反旋转周期内保持不变时,圆锥误差补偿后的第1类剩余误差积分在正反旋转一个周期内将自相抵消。

(2) 在旋转惯导系统转动机构停转阶段,其圆锥误差补偿后的第1类剩余误差为零,与传统惯导系统相同。

## 3 仿真与讨论

针对上述理论分析,将通过仿真对旋转惯导圆锥误差多子样补偿后的剩余误差进行验证,同时对旋转方案对圆锥误差的影响以及旋转惯导系统圆锥误差的多子样算法补偿效果进行验证。

### 3.1 旋转惯导圆锥误差补偿前后的姿态误差仿真

设定仿真条件如下:半锥角设为  $\alpha = 2^\circ$ ,圆锥运动角速率设为  $\omega_c = 7.5 \times 2\pi$  rad/s,转动机构以  $\omega_r = 6$  ( $^\circ$ )/s 的角速率单方向旋转,姿态更新周期为  $T = 0.01$  s。在不对圆锥误差进行补偿时,其姿态误差如图1所示。进行三子样算法补偿后,其姿态误差如图2所示。

对比图1,2可以看出,在采用三子样算法对旋

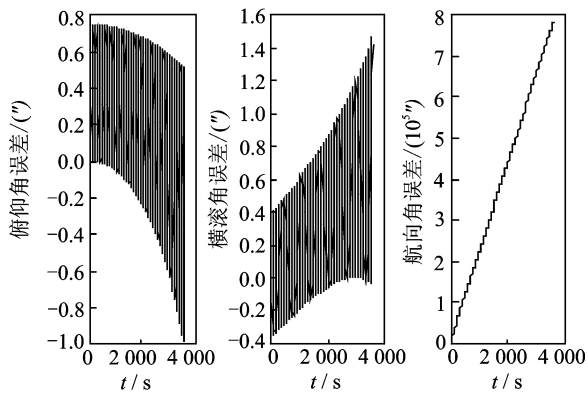


图 1 圆锥误差补偿前的姿态误差

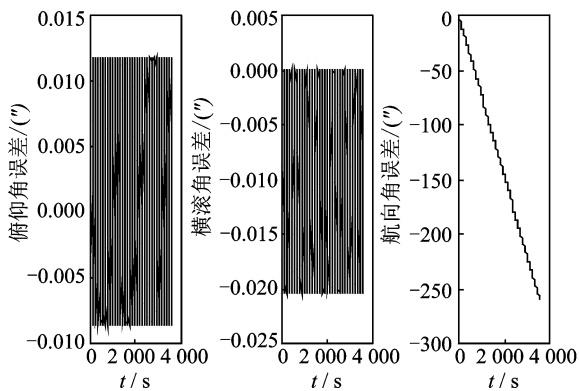


图 2 圆锥误差三子样算法补偿后的姿态误差

转惯导系统圆锥误差进行补偿后,其姿态精度得到了明显改善。

### 3.2 旋转惯导圆锥误差补偿后的剩余误差仿真

设定仿真条件如下:半锥角设为  $\alpha=2^\circ$ ,圆锥运动角速率设为  $\omega_c=7.5 \times 2\pi \text{ rad/s}$ ,转动机构以  $\omega_r=6^\circ/\text{s}$  的角速率单方向旋转,姿态更新周期为  $T=0.01 \text{ s}$ 。分别以双子样、三子样、四子样、五子样、六子样补偿算法对旋转惯导的圆锥误差进行补偿,仿真得到剩余误差,与式(18)的结果进行对比,如图3所示。

由图3可以看出,仿真结果与计算值基本相同。

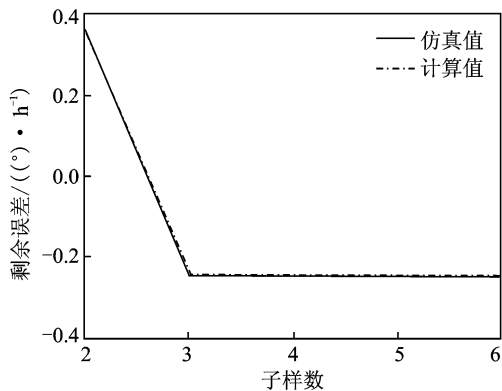


图 3 圆锥误差补偿后剩余误差随子样数变化图

在该仿真条件下,当子样数大于 3 时,剩余误差将基本不变,与前面理论分析相符。

### 3.3 旋转惯导系统旋转方案对圆锥误差影响仿真

设定仿真条件如下:半锥角设为  $\alpha=2^\circ$ ,圆锥运动角速率设为  $\omega_c=7.5 \times 2\pi \text{ rad/s}$ ;转动机构以  $\omega_r=\pm 6^\circ/\text{s}$  的角速率正反旋转,转动机构在  $(0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ)$  4 个位置分别停留 100 s;姿态更新周期为  $T=0.01 \text{ s}$ ,采用三子样补偿算法,仿真时间为 3 600 s。旋转惯导系统圆锥误差补偿后的剩余误差如图 4 所示。

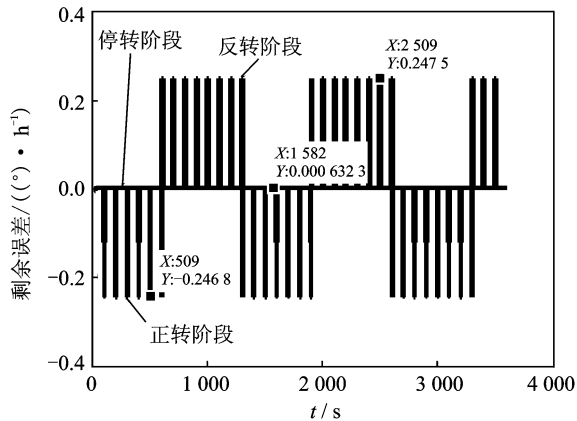


图 4 转停方案下的圆锥误差曲线

通过图 4 可以看出:(1)转动机构旋转阶段圆锥误差远大于转动机构停转阶段;(2)转动机构转速相反时,圆锥误差符号相反,大小接近,在一个正反旋转周期内圆锥误差可以较大程度的相互抵消;(3)转动机构停转时旋转惯导系统圆锥误差与传统惯导系统相同。

## 4 结 论

本文对旋转惯导系统的圆锥运动及其不可交换性误差进行了分析,同时对圆锥误差补偿后的剩余误差进行了研究。通过理论分析与仿真,可以得到以下结论:

(1) 旋转惯导系统的圆锥运动模型与传统惯导系统不同,其圆锥运动的不可交换性误差大于传统惯导系统。

(2) 圆锥误差多子样补偿算法应用于旋转惯导系统时,产生的剩余误差大于传统惯导系统,而且其补偿精度不会随子样数的提高而无限改善。

(3) 旋转惯导系统的转动方案会影响圆锥误差的补偿精度,通过转停式的正反旋转,可以提高圆锥误差的补偿效果。

## 参考文献:

- [1] 曾庆化, 刘建业, 赵伟. 激光捷联惯导系统角增量输入姿态算法[J]. 南京航空航天大学学报, 2007, 39(2): 143-148.  
Zeng Qinghua, Liu Jianye, Zhao Wei. Attitude algorithm with incremental angle of RLG SINS[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2007, 39(2): 143-148.
- [2] Savage P G. Coning algorithm design by explicit frequency shaping [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2010, 33(4): 1123-1132.
- [3] 钱伟行, 刘建业, 赖际舟. 基于强跟踪滤波的旋转捷联惯导初始对准方法[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(3): 290-295.  
Qian Weixing, Liu Jianye, Lai Jizhou. Initial alignment method for rotational strapdown inertial navigation system based on strong tracking filter [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(3): 290-295.
- [4] Ishibashi S, Tsukioka S, Yoshida H. Accuracy improvement of an inertial navigation system brought about by the rotational motion [C] // OCEANS'07. England: IEEE, 2007: 1-5.
- [5] Zhang Ling, Liu Jianye, Lai Jizhou. Rotating fiber optic gyro strap-down inertial navigation system with three rotating axes [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2008, 25(4): 289-294.
- [6] Michael J S, Frank G. Field programmable gate array-based attitude stabilization [J]. Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication, 2009, 6(7): 451-463.