

具有输入约束的飞机姿态 L_1 自适应控制

吴文海 高 丽 梅 丹 周思羽

(海军航空工程学院青岛校区, 青岛, 266041)

摘要: 针对具有模型不确定性、控制舵面故障以及非线性干扰的飞机俯仰姿态控制问题, 基于 L_1 自适应方法设计增广控制器。设计合适带宽的低通滤波器, 以满足控制器快速自适应要求, 保证系统输入输出信号的一致性能有界。考虑伺服控制实际存在的幅值约束, 推导出所设计的自适应控制系统的稳定性条件及其性能界, 即忽略幅值约束时, 选择足够大的自适应增益, 闭环系统性能能够任意接近参考系统; 考虑幅值约束时, 闭环系统的性能可以通过增大自适应增益得以改善, 但是不能任意接近参考系统。仿真验证了所设计的飞机姿态控制系统的有效性, 结果表明控制器对有界不确定性和干扰具有鲁棒性, 同时满足输入约束要求。

关键词: 飞行控制系统; 输入饱和; L_1 自适应控制; 性能界

中图分类号: V249.1

文献标识码: A

文章编号: 1005-2615(2012)06-0809-08

L_1 Adaptive Controller for Aircraft Attitude with Input Constraints

Wu Wenhai, Gao Li, Mei Dan, Zhou Siyu

(Qingdao Branch, Naval Aeronautical Engineering Institute, Qingdao, 266041, China)

Abstract: For the aircraft pitch attitude control with model uncertainties, control surface failure, and nonlinearity disturbance, an augmentation controller based on L_1 adaptive is developed. The low-pass filter with an appropriate bandwidth is designed to meet the requirements of fast adaptation and ensuring uniformly bounded performance for both the system input and output signals. Considering the fact that the servo control system with amplitude constraints, this paper derives stability condition as well as performance bounds of the controller. The results show that, choosing sufficiently large adaptation rate in the absence of amplitude constraints, the performance of the closed loop system can be made arbitrarily close to the L_1 reference system. And the performance can be improved by increasing the adaptation rate in the presence of amplitude constraints, but cannot be arbitrarily close to the reference system due to the control deficiency. The proposed design is applied to pitch attitude control system for an aircraft. The simulation results verify robustness to bounded uncertainty and disturbances, while avoiding input saturation.

Key words: flight control systems; input saturation; L_1 adaptive control; performance bounds

自适应飞行控制提供了维持飞行器稳定性和性能的可能性。当出现大的不确定性时, 一般通过提高自适应增益改善系统跟踪性能, 但是会使控制信号高频振荡, 进而激发被控对象的未建模动态。最近许多自适应方法已经开始解决高增益控制问题, 如复合自适应控制、改进最优控制以及 L_1 自适

应控制等方法^[1-2]。

飞行控制设计中一个主要的挑战是输入饱和——舵面伺服控制存在位置及速度约束。大多数自适应系统常用的特殊解决方法是当控制输入饱和时, 减慢或完全停止自适应。Monopoli 首次提出出现饱和时修正自适应控制方案^[3], 但未给出稳定性

基金项目: 航空科学基金(20100785001)资助项目。

收稿日期: 2011-12-11; 修订日期: 2012-05-13

通讯作者: 吴文海, 男, 教授, 博士生导师, 1962 年出生, E-mail: austin@qingdaonews.com。

的严格证明。Kárasón 给出了应用于单输入系统的修正自适应控制方案严格的稳定性证明^[4]。Lavretsky 和 Hovakimyan 提出了一种直接自适应模型参考设计修正^[5],称为“ μ -修正”,当控制输入饱和时,提供并维持稳定自适应。上述方法均未在高增益控制的背景下考虑。文献[6,7]在假设系统仅具有参数不确定性的条件下,分析了具有输入约束时 L_1 自适应控制系统的稳定性。

本文在文献[6,7]的基础上,针对具有不确定动力学影响、控制舵面故障以及非线性干扰的姿态控制系统,设计 L_1 自适应增广控制器,同时考虑伺服控制实际存在的幅值约束,推导自适应控制系统的稳定性条件并分析其性能界。

1 理论基础

首先给出信号与系统的 L_∞ 与 L_1 范数定义^[8],然后给出非线性系统的线性参数化假设。

定义 1 对于信号 $\xi(t) \in \mathbf{R}^n$, 它的截断 L_∞ -范数,以及 L_∞ -范数分别定义为

$$\begin{aligned}\|\xi_i\|_{L_\infty} &= \max_{i=1,\dots,n} (\sup_{0 \leq \tau \leq t} |\xi_i(\tau)|) \\ \|\xi\|_{L_\infty} &= \max_{i=1,\dots,n} (\sup_{\tau \geq 0} |\xi_i(\tau)|)\end{aligned}$$

式中 ξ_i 为信号 ξ 的第 i 个分量。

定义 2 稳定的严真单输入单输出系统(Single-input single-output, SISO)系统 $F(s)$ 的 L_1 -范数定义为

$$\|F(s)\|_{L_1} = \int_0^\infty |f(t)| \mathrm{d}t$$

式中 $f(t)$ 为 $F(s)$ 的脉冲响应。

考虑非线性映射 $f(t, \mathbf{x}(t)): \mathbf{R} \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$, 满足如下假设^[9]:

假设 1 ($f(t, \mathbf{0})$ 的一致有界性) 对于任意 $\delta > 0$, 存在 $L_\delta, B > 0$ 使得

$$\begin{aligned}\|f(t, \mathbf{x}_1) - f(t, \mathbf{x}_2)\|_\infty &\leq L_\delta \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|_\infty \\ \forall \|\mathbf{x}\|_\infty &\leq \delta < \infty \\ |f(t, \mathbf{0})| &\leq B, \forall t \geq 0\end{aligned}$$

假设 2 (偏导数的半全局一致有界性) $f(t, \mathbf{x})$ 在论域内是连续的, 而且对于 $\forall \delta > 0$, 存在 $d_{f_x}(\delta) > 0$ 和 $d_{f_t}(\delta) > 0$, 使得对任意 $\|\mathbf{x}\|_\infty \leq \delta < \infty, f(t, \mathbf{x})$ 关于 \mathbf{x} 和 t 的偏导数是分段连续且有界的

$$\begin{aligned}\left\|\frac{\partial f(t, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\right\| &\leq d_{f_x}(\delta) \\ \left\|\frac{\partial f(t, \mathbf{x})}{\partial t}\right\| &\leq d_{f_t}(\delta)\end{aligned}$$

2 问题描述

不考虑重力和推力的影响, 刚体飞机俯仰动力

学可以表示为^[10]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(\lambda u + f(t, \mathbf{x})) \\ y(t) &= \mathbf{c}^\mathrm{T} \mathbf{x}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0\end{aligned}\tag{1}$$

式中: $\mathbf{x} = [\alpha \quad \theta \quad q]^\mathrm{T}$; α 为迎角; θ 为俯仰角; q 为俯仰角速度; 控制 u 为升降舵偏转角 δ_e ; $\Delta \mathbf{A}$ 表示未知系统矩阵不确定性; λ 为符号已知的未知常数, 表示伺服控制舵面故障; $f(t, \mathbf{x})$ 表示未知俯仰力矩非线性不确定性及外部时变干扰。

假设 3 令 $\lambda \in [\lambda_l, \lambda_u]$, 假设符号已知, $0 < \lambda_l < \lambda_u$ 。

假设 4^[9] $\Delta \mathbf{A}$ 为匹配不确定性, 即存在向量 $\theta_2^\mathrm{T} \in \mathbf{R}^{1 \times 3}$ 使得 $\Delta \mathbf{A} = \mathbf{b} \theta_2^\mathrm{T}$ 。

根据假设 1~4, 在任意有限时间间隔内, 非线性函数 $f(t, \mathbf{x})$ 能够使用两个时变参数线性参数化。那么式(1)所示系统可表示为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(\lambda u + \theta_1(t) \|\mathbf{x}(t)\|_\infty + \sigma(t) + \theta_2^\mathrm{T} \mathbf{x}(t)) \\ y(t) &= \mathbf{c}^\mathrm{T} \mathbf{x}(t) \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0\end{aligned}\tag{2}$$

考虑伺服控制位置饱和约束, 实际控制信号 $u(t)$ 表示为

$$\begin{aligned}u(t) &= u_{\max} \text{sat} \left(\frac{u_c(t)}{u_{\max}} \right) = \\ &\begin{cases} u_c(t) & |u_c(t)| \leq u_{\max} \\ u_{\max} \text{sign}(u_c(t)) & |u_c(t)| > u_{\max} \end{cases}\end{aligned}\tag{3}$$

指令信号 $u_c(t)$ 由两部分组成

$$u_c(t) = u_n(t) + u_{ab}(t)\tag{4}$$

设计标称固定增益控制器 $u_n(t)$ 稳定飞机并且使得输出 $y(t)$ 跟踪指令 $r(t)$

$$u_n(t) = -\mathbf{K}_x^\mathrm{T} \mathbf{x}(t) + K_g r(t)\tag{5}$$

式中: \mathbf{K}_x^T 和 K_g 分别为标称反馈矩阵和前馈增益; $r(t): [0, \infty) \rightarrow \mathbf{R} \in L_\infty$ 分段连续且有界, 并且 $|r(t)| \leq r_0$; $K_g = -1/\mathbf{c}^\mathrm{T} \mathbf{A}_m^{-1} \mathbf{b}$, 使得对常值信号 r 的稳态跟踪误差为零。

不考虑输入饱和, 使用控制信号(4), 得闭环系统

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{b} \mathbf{K}_x^\mathrm{T}) \mathbf{x} + \mathbf{b} K_g r + \mathbf{b}(\lambda u_{ad} + \mathbf{k}_x^\mathrm{T} \mathbf{x}(t) + k_r r(t) + \theta_1(t) \|\mathbf{x}(t)\|_\infty + \sigma(t))\end{aligned}\tag{6}$$

式中: $\mathbf{k}_x^\mathrm{T} \triangleq (1 - \lambda) \mathbf{K}_x^\mathrm{T} + \theta_2^\mathrm{T}$; $k_r \triangleq (\lambda - 1) K_g$

当无不确定性 ($\Delta \mathbf{A} = 0, \lambda = 1, f = 0$) 时, 线性闭环动态具有如下形式

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \underbrace{(\mathbf{A} - \mathbf{b} \mathbf{K}_x^\mathrm{T})}_{\mathbf{A}_m} \mathbf{x}_m + \underbrace{\mathbf{b} K_g r}_{b_m}\tag{7}$$

式中, \mathbf{A}_m 是 Hurwitz 的。

假设 5 假设存在理想增益, 使得

$$\exists \mathbf{K}_x^*, \mathbf{A} - \mathbf{b} \mathbf{K}_x^{*\mathrm{T}} = \mathbf{A}_m, \exists K_g^*, \mathbf{b} K_g^{*\mathrm{T}} = b_m\tag{8}$$

假设 6^[10] 存在 $R>0$, 使得 $\forall \mathbf{x} \in B_R$, 其中 $B_R \triangleq \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^3: \|\mathbf{x}\| \leq R\}$, 都有 $u_{\max} \geq d \triangleq \max_{\mathbf{x} \in B_R} |f(t, \mathbf{x})|$ 。

本文的控制目标为: 针对飞机俯仰姿态控制系统式(1), 在考虑模型不确定性、控制舵面故障以及存在非线性干扰的情况下, 设计标称控制器 $u_n(t)$ 使得无不确定性时可获得一致标称系统性能, 而自适应增广部分 $u_{ab}(t)$ 则保证系统在出现不确定性时输出 $y(t)$ 跟踪给定的参考信号 $r(t)$, 同时瞬态和稳态信号一致有界, 并且不超出伺服控制位置饱和约束。

3 L_1 自适应增广控制器设计

L_1 自适应控制器与标准模型参考自适应控制 (Model reference adaptive control, MRAC) 的不同关键在于控制信号的定义。MRAC 对大的自适应增益值很敏感, 随着自适应增益的增大会失去鲁棒性; 控制信号会经历高频振荡, 降低系统对时滞的容许。为了处理非期望的高频振荡, L_1 自适应控制器考虑使用低通滤波器适当的限制输入通道到对象的频率。 L_1 控制器设计包括严真传递函数 $D(s)$ 以及正反馈增益 k , 进而可得严真稳定的 $C(s): C(s) = \lambda k D(s) / (1 + \lambda k D(s))$, 其中低通增益为 1。

为了保证整个系统的稳定性和期望瞬态性能, 选择 $D(s)$ 和 k 保证对于给定的 $\|\mathbf{x}_0\|_{\infty} \leq \rho_0 < \infty$ 和 $\|\mathbf{x}\|_{\infty} \leq \delta < \infty$, 存在 $\rho_r > \rho_{in}$, 满足如下 L_1 范数条件^[2,9]

$$\|\mathbf{G}(s)\|_{L_1} < \frac{\rho_r - \|\mathbf{H}(s)C(s)K_g\|_{L_1} \|\mathbf{r}\|_{L_{\infty}} - \rho_{in}}{L_{\rho_r} \rho_r + B} \quad (9)$$

式中: 令 $\mathbf{G}(s) \triangleq \mathbf{H}(s)(1 - C(s))$, $\mathbf{H}(s) \triangleq (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1}\mathbf{b}$, $\rho_{in} = \|s(\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1}\|_{L_1} \rho_0$, $\rho_r \triangleq \delta$, $L_{\rho_r} \triangleq L_{\delta}$ 。式(9)表示的 L_1 范数条件可以写为 $\|\mathbf{G}(s)\|_{L_1} <$

1。

下面推导 L_1 控制器的动态结构。

根据假设 5, 闭环系统(6)可重新表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}_m r(t) + \mathbf{b}(\lambda u_{ad}(t) + \\ &\theta_1(t) \|\mathbf{x}(t)\|_{\infty} + \sigma(t) + \mathbf{k}_x^T \mathbf{x}(t) + \\ &k_r r(t)) \end{aligned} \quad (10)$$

考虑如下状态预测器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}_m \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{b}_m r(t) + \mathbf{b}(\hat{\lambda} u_{ad}(t) + \\ &\hat{\theta}_1^T(t) \|\mathbf{x}(t)\|_{\infty} + \hat{\sigma}^T(t) + \hat{\mathbf{k}}_x^T \mathbf{x}(t) + \hat{k}_r r(t)) \end{aligned} \quad (11)$$

自适应估计由以下自适应律生成

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1(t) &= \Gamma_{\theta} \text{Proj}(\hat{\theta}_1(t), -\|\mathbf{x}(t)\|_{\infty} \hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{b}) \\ \hat{\theta}_1(0) &= \hat{\theta}_0 \\ \hat{\sigma}(t) &= \Gamma_{\sigma} \text{Proj}(\hat{\sigma}(t), -\hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{b}) \quad \hat{\sigma}(0) = \hat{\sigma}_0 \\ \hat{\lambda}(t) &= \Gamma_{\lambda} \text{Proj}(\hat{\lambda}(t), -u_{ad}(t) \hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{b}) \quad \hat{\lambda}(0) = \hat{\lambda}_0 \\ \dot{\hat{\mathbf{k}}}_x(t) &= \Gamma_{k_x} \text{Proj}(\dot{\hat{\mathbf{k}}}_x(t), -\mathbf{x}(t) \hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{b}) \quad \hat{\mathbf{k}}_x(0) = \mathbf{0} \\ \dot{\hat{k}}_r(t) &= \Gamma_{k_r} \text{Proj}(\dot{\hat{k}}_r(t), -r(t) \hat{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{P} \mathbf{b}) \quad \hat{k}_r(0) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $\hat{\mathbf{x}}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ 为预测器估计误差; $\Gamma = \Gamma_i (i = \theta, \sigma, \lambda, k_x, k_r)$ 为自适应增益; \mathbf{P} 为 Lyapunov 方程 $\mathbf{A}_m^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_m = -\mathbf{Q}$, $\mathbf{Q} > 0$ 的解。投影算子^[11]确保自适应估计值不会超出各自的有界集: $\hat{\theta}_1(t) \in [-L_{\rho}, L_{\rho}]$, $\hat{\sigma}(t) \in [-\sigma_b, \sigma_b]$, $\hat{\lambda}(t) \in [\lambda_l, \lambda_u]$, $\hat{\mathbf{k}}_x(t) \in [-L_x, L_x]$, $\hat{k}_r(t) \in [-L_r, L_r]$ 。

自适应控制律可由如下反馈回路生成^[12]

$$u_{ad}(s) = -k D(s) r_u(s) \quad (13)$$

式中 $r_u(t) \triangleq \hat{\lambda} u_{ad}(t) + \hat{\theta}_1(t) \|\mathbf{x}(t)\|_{\infty} + \hat{\sigma}(t) + \hat{\mathbf{k}}_x^T \mathbf{x}(t) + \hat{k}_r r(t)$ 。

于是, 由式(11~13)构成如图 1 所示 L_1 控制器, 并由式(9)表示的 L_1 -范数上界约束。

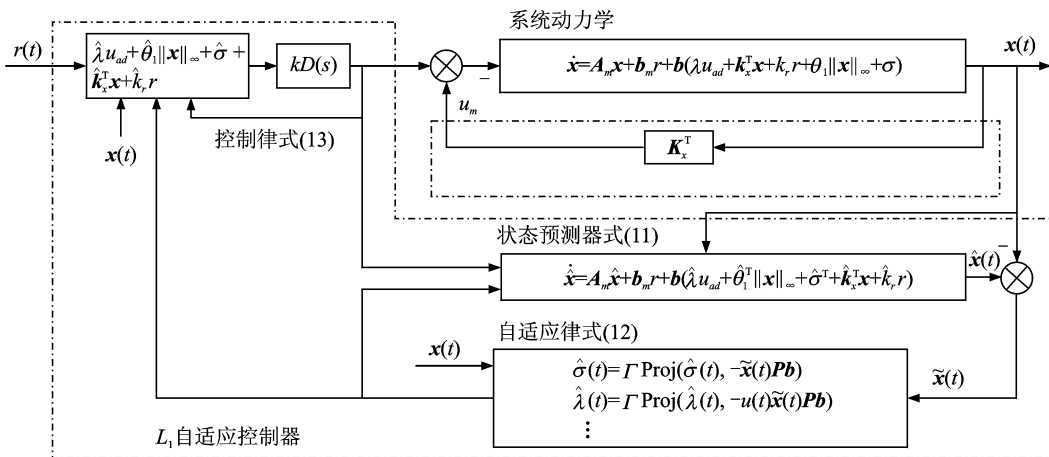


图 1 L_1 自适应控制结构

4 具有位置约束的自适应控制分析

定义估计误差 $\tilde{\theta}_1=\hat{\theta}_1-\theta_1,\tilde{\sigma}=\hat{\sigma}-\sigma,\tilde{\lambda}=\hat{\lambda}-\lambda,\tilde{\mathbf{k}}_x=\hat{\mathbf{k}}_x-\mathbf{k}_x,\tilde{\mathbf{k}}_r=\hat{\mathbf{k}}_r-\mathbf{k}_r$,则可得预测器误差动态

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \dot{\hat{\mathbf{x}}}-\dot{\mathbf{x}}=\mathbf{A}_m\tilde{\mathbf{x}}+\mathbf{b}(\tilde{\lambda}u_{ad}+\tilde{\theta}_1\|\mathbf{x}\|_\infty+ \\ &\quad \tilde{\sigma}+\tilde{\mathbf{k}}_x^T\mathbf{x}+\tilde{\mathbf{k}}_r^T\mathbf{r})\end{aligned}$$

考虑如下 Lyapunov 候选函数

$$\begin{aligned}V(\tilde{\mathbf{x}},\tilde{\theta}_1,\tilde{\sigma},\tilde{\lambda},\tilde{\mathbf{k}}_x,\tilde{\mathbf{k}}_r) &= \tilde{\mathbf{x}}^T\mathbf{P}\tilde{\mathbf{x}}+\frac{1}{\Gamma}(\tilde{\theta}_1^T\tilde{\theta}_1+ \\ &\quad \tilde{\sigma}^T\tilde{\sigma}+\tilde{\lambda}^T\tilde{\lambda}+\tilde{\mathbf{k}}_x^T\tilde{\mathbf{k}}_x+\tilde{\mathbf{k}}_r^T\tilde{\mathbf{k}}_r)\end{aligned}\tag{14}$$

式(14)两边同时对时间求导,则有

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) &\leqslant -\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\|\mathbf{x}\|^2+\frac{2}{\Gamma}(|\tilde{\theta}_1^T\tilde{\theta}_1|+|\tilde{\sigma}^T\tilde{\sigma}|) \\ &\tag{15}\end{aligned}$$

考虑到 $\|\tilde{\mathbf{x}}_t\|_{L_\infty}\leqslant\sqrt{\frac{\theta_m(\rho,\rho_u)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})\Gamma}}$,其中

$$\begin{aligned}\theta_m(\rho,\rho_u) &\triangleq 4\theta_b^2+4\sigma_b^2+(\lambda_u-\lambda_l)^2+ \\ &\quad 4\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}(\theta_b d_\theta(\rho,\rho_u)+\sigma_b d_\sigma(\rho,\rho_u))\end{aligned}$$

那么 $\dot{V}(t)<0$ 。由此可知参数估计 $\hat{\theta}_1,\hat{\sigma},\hat{\lambda},\hat{\mathbf{k}}_x,\hat{\mathbf{k}}_r$ 有界。由于 $\hat{\mathbf{x}}$ 的有界性并未给出,不能应用 Barbalat 引理推断预测误差 $\tilde{\mathbf{x}}$ 渐进收敛到零($\tilde{\mathbf{x}}\rightarrow\mathbf{0},t\rightarrow\infty$)。因此,还需证明系统状态 \mathbf{x} 或预测器状态 $\hat{\mathbf{x}}$ 的有界性,进而说明系统的稳定性。

L_1 自适应控制器不具有 MRAC 的理想动态式(7),这是由于 $C(s)$ 控制通道的约束带宽决定的。相应的,闭环系统逼近 L_1 参考系统

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{\text{ref}} &= \mathbf{A}_m\mathbf{x}_{\text{ref}}+\mathbf{b}_mr+\mathbf{b}(\lambda u_{\text{ref}}+ \\ &\quad \mathbf{k}_x^T\mathbf{x}_{\text{ref}}+k_rr(t)+\eta_{\text{ref}})\end{aligned}\tag{16}$$

参考系统控制信号

$$u_{\text{ref}}(s)=-\frac{C(s)}{\lambda}r_{\text{ref}}(s)\tag{17}$$

式中,令 $\eta_{\text{ref}}\triangleq f(t,\mathbf{x}_{\text{ref}}),r_{\text{ref}}(s)$ 为信号 $r_{\text{ref}}(t)=\mathbf{k}_x^T\mathbf{x}_{\text{ref}}+k_rr(t)+\eta_{\text{ref}}$ 的拉氏变换。

$$\mathbf{A}\triangleq\left\{\mathbf{x}\left|\begin{aligned}&\frac{2\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty(\|1-C(s)\|_{L_1}(d+L_r r_0)+\gamma\sqrt{\theta_{\max}}+|K_g|r_0)}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})-2L_x\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|1-C(s)\|_{L_1}}<\|\mathbf{x}\|< \\ &\frac{2\lambda_u\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty(u_{\max}-d)}{|\lambda_{\min}(\mathbf{Q})+2\lambda_u\boldsymbol{\Theta}\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty|}\end{aligned}\right.\right\}$$

下面分 $\Delta u(t)=0$ 和 $\Delta u(t)\neq 0$ 两种情况证明。

(1)如果 $\Delta u(t)=0$,那么系统(18)表示为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_m\mathbf{x}+\mathbf{b}_mr+\mathbf{b}(\lambda u_{ad}+\mathbf{k}_x^T\mathbf{x}(t)+ \\ &\quad k_rr(t)+f(t,\mathbf{x}))\end{aligned}$$

对 $W(\mathbf{x})$ 求导,可得

$$\begin{aligned}\dot{W}(\mathbf{x}) &\leqslant -\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\|\mathbf{x}\|^2+ \\ &\quad 2\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|\mathbf{x}\|(\|1-C(s)\|_{L_1}(L_x\|\mathbf{x}\|+ \\ &\quad (d+L_rr_0))+\|C(s)\tilde{r}_u\|_{L_\infty}+|K_g|r_0)\end{aligned}$$

考虑伺服机构位置饱和和约束,那么系统(10)可改为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_m\mathbf{x}+\mathbf{b}_mr+\mathbf{b}(\lambda u_{ad}+\mathbf{k}_x^T\mathbf{x}(t)+k_rr(t)+ \\ &\quad \theta_1(t)\|\mathbf{x}(t)\|_\infty+\sigma(t)+\lambda\Delta u)\end{aligned}\tag{18}$$

式中, $\Delta u(t)=u(t)-u_c(t)$ 为由于存在饱和而产生的控制缺损。

下一部分的目的是借鉴文献[4,6]的思想,分析出现输入幅值约束时自适应控制系统的稳定性条件以及性能界。

4.1 稳定性条件

系统状态以及参数误差的初始条件满足如下定理,那么自适应系统具有有界解。

定理 1 如果系统参数和低通滤波器 $C(s)$ 满足

$$\begin{aligned}\mu &\triangleq \lambda_{\min}(\mathbf{Q})-2L_x\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|1-C(s)\|_{L_1}>0 \\ &\text{并且系统初始条件和 Lyapunov 函数的初值满足} \\ &\quad (1)\mathbf{x}^T(0)\mathbf{P}\mathbf{x}(0)< \\ &\quad \lambda_{\min}(\mathbf{P})\left(\frac{2\lambda_u\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty(u_{\max}-d)}{-\lambda_{\min}(\mathbf{Q})+2\lambda_u\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|\mathbf{K}_x^T\|_\infty}\right)^2 \\ &\quad (2)\sqrt{V(0)}<p_0\cdot\end{aligned}$$

$$\frac{\nu\mu-2\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty(\|1-C(s)\|_{L_1}(d+|k_rr_0|+|K_g|r_0)\kappa\rho}{2\kappa\rho\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|C(s)\|_{L_1}\left\|\frac{1}{c_0^T\mathbf{H}(s)}c_0^T\right\|_{L_1}}$$

那么,自适应系统(11~13)具有有界解,并且预测器误差 $\tilde{\mathbf{x}}$ 渐进收敛到 $\mathbf{0}$,同时 $\forall t>0$ 。

$$\mathbf{x}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t)<$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{P})\left(\frac{2\lambda_u\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty(u_{\max}-d)}{-\lambda_{\min}(\mathbf{Q})+2\lambda_u\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|\mathbf{K}_x^T\|_\infty}\right)^2$$

式中: $p_0\triangleq\sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{P})};\kappa\triangleq|-\lambda_{\min}(\mathbf{Q})+2\lambda_u\boldsymbol{\Theta}\|\mathbf{b}^T\cdot\mathbf{P}\|_\infty|;\nu\triangleq 2\lambda_u\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty(u_{\max}-d)$ 均为正数。

证明 定义辅助函数 $W(\mathbf{x})=\mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x}$ 及环形区域 \mathbf{A}

$$(d+L_rr_0))+\|C(s)\tilde{r}_u\|_{L_\infty}+|K_g|r_0)$$

由预测器误差 $\tilde{\mathbf{x}}=(s\mathbf{I}-\mathbf{A}_m)^{-1}\mathbf{b}\tilde{r}_u=\mathbf{H}(s)\tilde{r}_u$,那么

$$\|C(s)\tilde{r}_u\|_{L_\infty}\leqslant\left\|\frac{C(s)}{c_0^T\mathbf{H}(s)}c_0^T\right\|_{L_1}\|\tilde{\mathbf{x}}\|_{L_\infty}<\gamma\sqrt{\theta_{\max}}$$

$$\gamma\triangleq\left\|\frac{C(s)}{c_0^T\mathbf{H}(s)}c_0^T\right\|_{L_1}\sqrt{\frac{1}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})\Gamma}}$$

$$\dot{W}(\mathbf{x})\leqslant(2\|\mathbf{b}^T\mathbf{P}\|_\infty\|1-C(s)\|_{L_1}L_x-$$

$$\lambda_{\min}(\mathbf{Q})) \|\mathbf{x}\|^2 + 2 \|\mathbf{b}^T \mathbf{P}\|_{\infty} \|\mathbf{x}\| (1 - C(s) \|_{L_1} (d + L_r r_0) + \gamma \sqrt{\theta_{\max}} + |K_g| r_0)$$

在 A 的定义域内,可得 $\dot{W}(\mathbf{x}) < 0, \forall \mathbf{x} \in A$ 。

(2) 如果 $\Delta u(t) \neq 0, u(t) = u_{\max} \operatorname{sgn}(u_c)$ 且 $|u_c| > u_{\max}$, 那么系统(18)表示为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(\lambda u_{\max} \operatorname{sgn}(u_c) + f(t, \mathbf{x}) + \theta^T \mathbf{x}(t))$$

其中 $\theta^T \triangleq \theta_2^T + \mathbf{K}_x^T$ 。对 $W(\mathbf{x})$ 求导,可得

$$\dot{W}(\mathbf{x}) = -\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + 2\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x} (\lambda u_{\max} \operatorname{sgn}(u_c) + f(t, \mathbf{x}) + \theta^T \mathbf{x}(t))$$

考虑 $\operatorname{sgn}(u_c) = \operatorname{sgn}(\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x})$ 和 $\operatorname{sgn}(u_c) = -\operatorname{sgn}(\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x})$ 两种情况:

$$(1) \operatorname{sgn}(u_c) = \operatorname{sgn}(\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x})$$

$$|u_c| > u_{\max} \Rightarrow 2\lambda(\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x}) u_c > 2\lambda \|\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x}\|_{\infty} u_{\max},$$

那么

$$\dot{W}(\mathbf{x}) \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{x}\|^2 + 2\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x} (1 - C(s))(f + \mathbf{K}_x^T \mathbf{x} + k_r r) - 2\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x} (C(s) \tilde{r}_u + K_g r(t))$$

可得与 $\Delta u(t) = 0$ 时相同的结论。其中, $\|\theta^T\|_{\infty} \leq L_x + \|\mathbf{K}_x^T\|_{\infty} \triangleq \Theta$ 。

$$(2) \operatorname{sgn}(u_c) = -\operatorname{sgn}(\mathbf{b}^T \mathbf{P} \mathbf{x})$$

$$\dot{W}(\mathbf{x}) \leq (-\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) + 2\lambda_u \Theta \|\mathbf{b}^T \mathbf{P}\|_{\infty}) \|\mathbf{x}\|^2 + 2\lambda_u (d \|\mathbf{b}^T \mathbf{P}\|_{\infty} - \|\mathbf{b}^T \mathbf{P}\|_{\infty} u_{\max}) \|\mathbf{x}\|$$

在 A 的定义域内, $\dot{W}(\mathbf{x}) < 0, \forall \mathbf{x} \in A$ 。

下一步求上界 θ_{\max} , 进而求得 $V(t)$ 的上界。

定义 $\rho \triangleq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}}$ 。为了使得 A 非空, 那么

$$\sqrt{\theta_{\max}} < \frac{\nu \mu - 2 \|\mathbf{b}^T \mathbf{P}\|_{\infty} (1 - C(s) \|_{L_1} (d + L_r r_0) + |K_g| r_0) \kappa \rho}{\kappa \rho 2 \|\mathbf{b}^T \mathbf{P}\|_{\infty} \gamma}。$$

根据 $V(t)$ 定义以及 $\dot{V}(t) < 0$, 故 $V(t) < V(0)$, 又 $V(0) \leq \Gamma^{-1} \theta_m(\rho, \rho_u)$, 得定理1条件(2)。

证毕。

4.2 自适应控制器的性能界

下面的定理分析考虑输入位置饱和时自适应控制器的性能。

定理2 考虑闭环系统(2), 参考系统(16, 17), 在作动器具有位置饱和的控制器式(3)的作用下, 如果满足 L_1 范数条件式(9), 并且如果自适应增益 $\Gamma \geq \Gamma_0 = \frac{\theta_m(\rho, \rho_u)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \gamma_0^2}$, 那么

$$\|\tilde{\mathbf{x}}\|_{L_{\infty}} \leq \gamma_0$$

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ref}}\|_{L_{\infty}} \leq \gamma_1 + \mu_1 \|\Delta u\|_{L_{\infty}}$$

$$\|u - u_{\text{ref}}\|_{L_{\infty}} \leq \gamma_2 + \mu_2 \|\Delta u\|_{L_{\infty}}$$

式中: $\gamma_1 \triangleq \frac{\|\mathbf{K}(s)C(s)\|_{L_1}}{1 - \|\mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)\|_{L_1} L_{\rho_r}} \gamma_0$; $\mu_1 \triangleq \frac{\lambda_u \|\mathbf{K}(s)\mathbf{H}(s)C(s)\|_{L_1}}{1 - \|\mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)\|_{L_1} L_{\rho_r}} \gamma_1 + \frac{1}{\lambda_l} \|C(s)\|_{L_1} L_{\rho_r} \gamma_1 + \frac{1}{\lambda_l} \left\| C(s) \frac{1}{c_0^T \mathbf{H}(s)} c_0^T \right\|_{L_1} \gamma_0$; $\mu_2 \triangleq \frac{1}{\lambda_l} \|C(s)\|_{L_1} L_{\rho_r} \mu_1 + 1$ 。

证明 如果 $\Gamma \geq \Gamma_0 = \frac{\theta_m(\rho, \rho_u)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \gamma_0^2}$, 而 $\gamma_0 = \sqrt{\frac{\theta_m(\rho, \rho_u)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \Gamma_0}}$ 。对所有 $t \in [0, \tau]$, 都有 $\|\tilde{\mathbf{x}}\|_{L_{\infty}} \leq \sqrt{\frac{\theta_m(\rho, \rho_u)}{\lambda_{\min}(\mathbf{P}) \Gamma}} \leq \gamma_0$ 。

考虑输入约束, 闭环系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_m \mathbf{x} + \mathbf{b}_m r + \mathbf{b}(\lambda u_{ad} + \mathbf{k}_x^T \mathbf{x}(t) + k_r r(t) + \theta_1(t) \|\mathbf{x}(t)\|_{\infty} + \sigma(t) + \lambda \Delta u) \quad (19)$$

下一步推导系统在频域中的表达:

根据式(19)可得

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{K}(s)(\mathbf{H}(s)\mathbf{K}_g + \mathbf{G}(s)k_r)r(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)\eta(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{H}(s)C(s)\tilde{r}_u(s) - \lambda \mathbf{K}(s)\mathbf{H}(s)C(s)\Delta u(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{x}_{\text{in}}$$

其中: $\mathbf{x}_{\text{in}} = (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{x}_0$; $\mathbf{H}(s) \triangleq (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m)^{-1} \mathbf{b}$; $\mathbf{G}(s) \triangleq \mathbf{H}(s)(1 - C(s))$; $\mathbf{K}(s) \triangleq (\mathbf{I} - \mathbf{G}(s)\mathbf{K}_x^T)^{-1}$ 。

于是, 结合图1可得闭环频域响应

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{K}(s)(\mathbf{H}(s)\mathbf{K}_g + \mathbf{G}(s)k_r)r(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)\eta(s) + \mathbf{K}(s)C(s)\tilde{\mathbf{x}}(s) - \lambda \mathbf{K}(s)\mathbf{H}(s)C(s)\Delta u(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{x}_{\text{in}}$$

同理, 参考系统在频域的响应可以表示为

$$\mathbf{x}_{\text{ref}}(s) = \mathbf{K}(s)(\mathbf{H}(s)\mathbf{K}_g + \mathbf{G}(s)k_r)r(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)\eta_{\text{ref}}(s) + \mathbf{K}(s)\mathbf{x}_{\text{in}}$$

以上两式相减, 可得

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ref}}\|_{L_{\infty}} \leq \|\mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)\|_{L_1} \|\eta - \eta_{\text{ref}}\|_{L_{\infty}} + \|\mathbf{K}(s)C(s)\|_{L_1} \|\tilde{\mathbf{x}}\|_{L_{\infty}} + \lambda_u \|\mathbf{K}(s)\mathbf{H}(s)C(s)\|_{L_1} \|\Delta u\|_{L_{\infty}}$$

整理为 $\|(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\text{ref}})_{\tau}\|_{\infty} \leq \gamma_1 + \mu_1 \|\Delta u\|_{L_{\infty}}$ 。

同理, 可计算控制的性能界

$$\|u - u_{\text{ref}}\|_{L_{\infty}} \leq \frac{1}{\lambda_l} \|C(s)\|_{L_1} L_{\rho_r} (\gamma_1 + \mu_1 \|\Delta u\|_{L_{\infty}}) + \frac{1}{\lambda_l} \left\| C(s) \frac{1}{c_0^T \mathbf{H}(s)} c_0^T \right\|_{L_1} \gamma_0 + \|\Delta u\|_{L_{\infty}}$$

即 $\|u - u_{\text{ref}}\|_{L_{\infty}} \leq \gamma_2 + \mu_2 \|\Delta u\|_{L_{\infty}}$ 。

证毕。

根据上述分析可知, 通过提高自适应增益 Γ ,

可得任意小的 γ_0 ,进而使得 γ_1 任意小。但是由于控制饱和产生的控制缺损 Δu ,使得 $\mu_1 \parallel \Delta u \parallel_{L_\infty}$ 不能任意小,也即闭环 L_1 自适应控制系统的性能(瞬态和稳态性能)不能任意接近 L_1 参考系统。

5 仿真分析

考虑 F/A-18A 飞机,在高度 15 m,速度 52 m/s,航迹下滑角 γ 为 -3° 时纵向运动动力学标称模型。

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -0.343 & 0 & 0 & 0.991 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1.166 & 0 & 0 & -2.544 \end{bmatrix}}_{A_{\text{nom}}} \begin{bmatrix} \alpha \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -0.072 & 1 \\ 0 \\ -1.815 \end{bmatrix}}_b \delta_e$$

设升降舵位置偏转约束为 $\delta_{\max}=25^\circ$ 。控制输出为 $\mathbf{y}=\boldsymbol{\theta}=[0 \quad 1 \quad 0]\mathbf{x}=\mathbf{c}^\text{T}\mathbf{x}$ 。

俯仰姿态的期望参考模型由式 $\theta_{\text{des}}=-\frac{\omega^2}{s^2+2\xi\omega s+\omega^2}\theta_{\text{cmd}}$ 给出,其中 θ_{cmd} 为俯仰角指令。根据期望操纵品质,选择期望阻尼比 $\xi=0.85$ 和自然频率 $\omega=1.5\text{ rad/s}$ 。

无作动器约束时,标称控制器具有如下形式: $u_n(t)=-\mathbf{K}_x^\text{T}\mathbf{x}(t)+\mathbf{K}_g r(t)$ 。其中,反馈增益 $\mathbf{K}_x^\text{T}=[0.642 \ 4 \quad -1.239 \ 7 \quad -1.264 \ 8]$,前馈增益 $\mathbf{K}_g=-1.239 \ 7$ 。

- 在系统中引入如下不确定性:
- (1)30%升降舵效率故障,也即 $\lambda=0.7$;
 - (2)俯仰静不稳定性增加 20%,也即 $M_{af}=1.2M_a$;
 - (3)俯仰阻尼 M_q 降低 20%,也即 $M_{qf}=0.8M_q$;
 - (4)假设未知非线性干扰 $f(\mathbf{x},t)$ 具有以下形式^[10]

$$f(\mathbf{x},t)=0.1\alpha^3-e^{-10(10\alpha+0.5)^2}-e^{-10(10\alpha-0.5)^2}+0.5\sin(2\alpha);$$

- (5)未知时变干扰 $\sigma(t)=\sin(\pi t)$ 。
- 对比分析以下 3 种不同控制器的仿真结果。
- (1)标称控制器

由图 2 可知,系统模型精确已知时,标称控制器能够理想跟踪参考信号。考虑不确定性时,标称控制器俯仰角跟踪具有较大误差,迎角和俯仰角速度也变化剧烈,控制舵面偏转峰值增大,振荡剧烈,

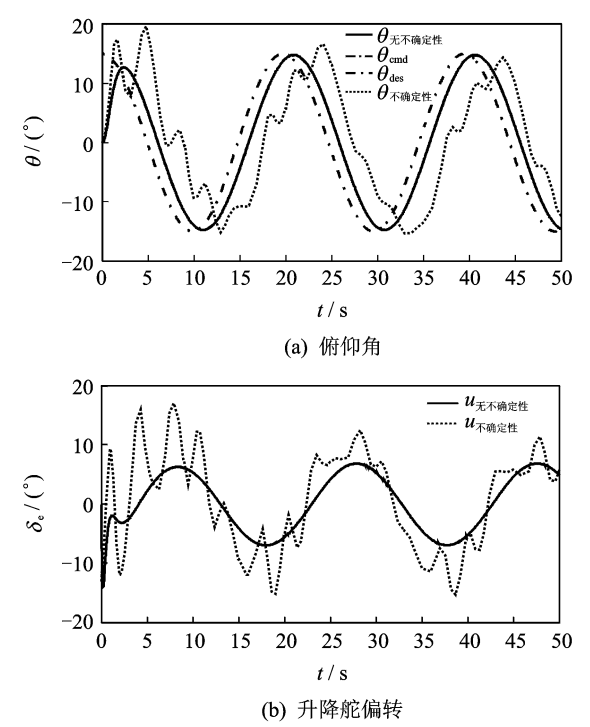


图 2 标称控制器对正弦信号的跟踪性能

故需要自适应控制处理不确定性。

(2) L_1 自适应控制器

对于 L_1 自适应控制器,自适应增益 $\Gamma=1\ 000$,设计低通滤波器 $C(s)=15/(s+15)$, $\mathbf{Q}=\mathbf{I}_3$,可得

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix} 1.685 \ 3 & -1.241 \ 5 & 0.096 \ 8 \\ -1.241 \ 5 & 2.576 \ 3 & 0.271 \ 5 \\ 0.096 \ 8 & 0.271 \ 5 & 0.336 \ 7 \end{bmatrix}$$

考虑如下 3 种不确定性,情况 1: $\lambda=0.7, f, \sigma$, $M_{af}=1.2M_a, M_{qf}=0.8M_q$;情况 2: $\lambda=0.7, f, \sigma$, $M_{af}=1.5M_a, M_{qf}=0.5M_q$;情况 3: $\lambda=0.7, f, 10\sigma$, $M_{af}=1.2M_a, M_{qf}=0.8M_q$ 。

图 3 表明,使用 L_1 自适应增广控制器,使得俯仰角跟踪值几乎与期望值重合,自适应估计值均有界,并且针对不同幅值的不确定性和干扰,产生不同的控制信号 $u_{\text{情况1}}, u_{\text{情况2}}$ 和 $u_{\text{情况3}}$,以保证系统瞬态和稳态的一致响应。另外,由于低通滤波器的作用,与标准 MRAC 相比,对于大的自适应增益 $\Gamma=1\ 000$, L_1 自适应控制器不会产生振荡控制信号。

取不同条件下的 3 个平衡状态点(状态点 1, 2, 3 的高度分别为 600, 1 500, 2 500 m;速度分别为 58, 67, 72 m/s),以仿真验证 L_1 控制器的一致有效性。如图 4 所示,具有不确定性时,应用 L_1 控制器产生不同的控制信号 $u_{\text{状态点1}}, u_{\text{状态点2}}$ 及 $u_{\text{状态点3}}$, 3 个不同状态点可以得到对正弦俯仰角指令的一

致跟踪。

(3)考虑位置约束的 L_1 自适应控制器

将情况 2 中的附加干扰增大至 2.5 倍时,由图 5

可知,由于指令信号 u_{cmd} 超出了作动器位置饱和约束, u_{act} 为实际控制信号,故系统性能有所下降,但仍能够维持稳定,这与前述理论分析一致。

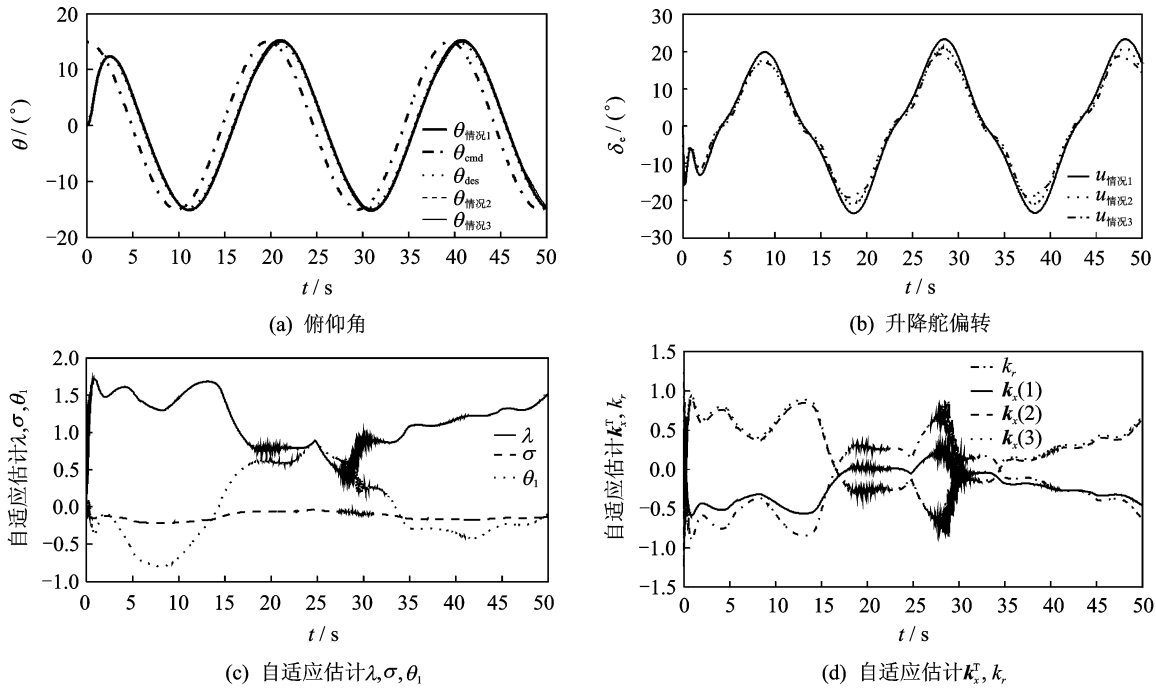


图 3 L_1 自适应控制器对正弦信号的跟踪性能

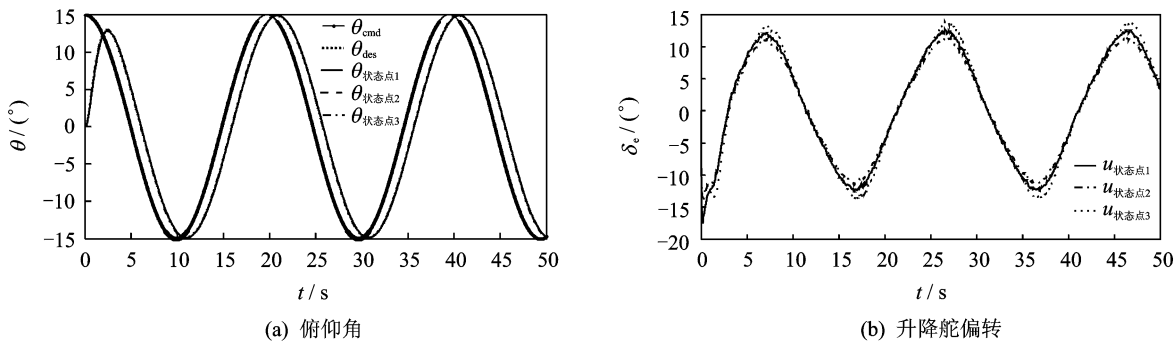


图 4 3 个状态点对正弦信号的跟踪性能

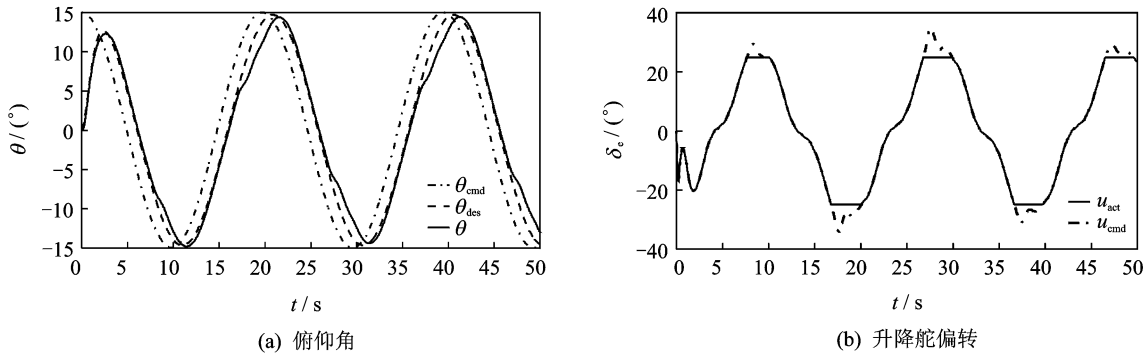


图 5 考虑位置约束的 L_1 自适应控制器性能

6 结束语

L_1 自适应控制结构允许快速自适应,能够获

得系统信号输入输出的保性能响应,并且对模型不确定性、控制舵面故障以及有界非线性干扰具有鲁棒性。不考虑位置饱和时,通过提高自适应增益 Γ ,

闭环系统能够任意接近 L_1 参考系统;考虑控制饱和时,由于控制亏损,所以不能任意接近 L_1 参考系统。考虑舵机位置约束时,如果系统状态和初始条件满足稳定性定理条件,那么系统稳定且性能有界。下一步的工作是在性能分析中考虑舵机的非线性(包括舵机模型、速率偏转饱和)。

参考文献:

- [1] Cao C, Hovakimyan N. Design and analysis of a novel L_1 adaptive control architecture with guaranteed transient performance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008,53(2):586-591.
- [2] Wang J, Hovakimyan N, Cao C. Verifiable adaptive flight control: unmanned combat aerial vehicle and aerial refueling[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010,33(1):75-87.
- [3] Monopoli R. Adaptive control for systems with hard saturation[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: [s. n.], 1975:841-843.
- [4] Kárasón S P, Annaswamy A M. Adaptive control in the presence of input constraints[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(11): 2325-2330.
- [5] Lavretsky E, Hovakimyan N. Positive μ -modification for stable adaptation in the presence of input constraints[C]//Proceedings of the American Control Conference. Boston, Massachusetts: [s. n.], 2004:2545-2550.
- [6] Li D, Hovakimyan N, Cao C. L_1 adaptive controller in the presence of input saturation[R]. AIAA-2009-6064. Chicago, IUinois: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2009.
- [7] Li D, Hovakimyan N, Cao C. Positive invariance set of L_1 adaptive controller in the presence of input saturation[R]. AIAA-2010-7535. Toronto, Onatario Canada: AIAA Guidance, Novigation, and Control Conference, 2010.
- [8] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd Edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 2002:195-220.
- [9] Hovakimyan N, Cao C. L_1 adaptive control theory-guaranteed robustness with fast adaptation [M]. Philadelphia: SIAM, 2010:278-281.
- [10] Amir A, Hovakimyan N. Design examples: adaptive tracking control in the presence of input constraints for a fighter aircraft and a generic missile [R]. AIAA-2005-6444. San Francisco, CA: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2005.
- [11] Pomet J B, Praly L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the lyapunov equation [J]. IEEE Transactions in Automatic Control, 1992, 37(6): 729-740.
- [12] Kharisov E, Hovakimyan N, Astrom K J. Comparison of several adaptive controllers according to their robustness metrics[R]. AIAA 2010-8047. Toronto, Ontario Canada: AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2010.