DOI:10.16356/j.1005-2615.2021.S.020

第 53 卷增刊

2021年10月

# 可折叠张拉整体-薄膜系统的可控形态展开

杨庶

(西北工业大学自动化学院,西安710072)

摘要:针对可折叠薄膜航天器的特点和设计需求,设计一种由杆件、弦绳、薄膜构成的新型可折叠/展开的刚柔耦 合多体系统:可折叠张拉整体-薄膜系统。杆件可以提供充足的系统刚度,通过控制弦绳拉力可实现系统形态变 化和形态控制,薄膜折叠技术可明显减小系统折叠形态的外形尺寸。采用非线性有限元方法建立系统动力学模型,用于描述系统运动中的几何非线性特性和薄膜折叠/展开过程中的材料非线性特性。基于准静态控制和H<sub>∞</sub> 控制方法设计一种系统形态展开组合控制策略,仿真结果表明该控制策略可以在系统预应力构型发生切换的情 况下实现系统形态展开,并且在展开形态下快速稳定系统并抑制系统振动。

关键词:可折叠张拉整体-薄膜系统;薄膜折叠;非线性有限元模型;准静态控制;H∞控制
 中图分类号:V414 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2021)S-0122-08

# **Controlled Deployment of a Foldable Tensegrity-Membrane System**

### YANG Shu

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A foldable tensegrity-membrane system is designed and studied. This novel flexible multibody system, composed of bars, tendons, and membranes, is capable of system folding and deployment. Bars provide sufficient system stiffness, and tendon force control technique can be used to achieve system shape control. Membrane folding techniques can reduce folded system shapes. A nonlinear finite element model is developed to study system dynamics, and geometric and material nonlinearities are considered in the model. A combined control strategy based on quasi-static control and  $H_{\infty}$  control is designed to achieve system deployment. Simulation results indicate that the proposed control strategy is capable of controlling system dynamics when system prestressing configuration transitions occur during system deployment and the system can be rapidly stabilized to alleviate system vibrations at the final deployed shape.

Key words: foldable tensegrity-membrane system; membrane folding; nonlinear finite element model; quasistatic control;  $H_{\infty}$  control

可折叠薄膜航天器是未来大尺寸航天器的发 展方向之一,通过系统折叠技术可以减小航天器在 运载过程中的外形尺寸,降低对空天载具尺寸和运 载能力的要求。薄膜是核心系统组件,可作为光学 镜面、太阳帆帆面、雷达天线等任务组件。常规可 折叠薄膜航天器一般采用薄膜和支架分离设计概 念,以充气/柔性支架或刚性支架支撑薄膜,通过改 变支架形态实现系统的折叠和展开。NASA于2017年发射的土壤水分主动被动探测(SMAP)卫星所安装的AstroMesh-Lite薄膜反射器<sup>[1-2]</sup>和DARPA主导的薄膜光学即时成像器(MOIRE)项目地面样机<sup>[3-4]</sup>是典型的基于刚性支架的可折叠薄膜航天器,其形态折叠和展开依赖于大量附加机械连接组件和作动器,不仅使得系统增重,系统展开

基金项目:国家自然科学基金(51808447)资助项目。

收稿日期:2021-04-22;修订日期:2021-06-02

通信作者:杨庶,男,副教授,硕士生导师,E-mail:syang@nwpu.edu.cn。

**引用格式:**杨庶.可折叠张拉整体-薄膜系统的可控形态展开[J].南京航空航天大学学报,2021,53(S):122-129. YANG Shu. Controlled deployment of a foldable tensegrity-membrane system[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021,53(S):122-129.

失败的风险也将增加。AFRL研制的立方星衍射 望远镜<sup>[5]</sup>、JPL和ILC Dover Inc.研制的太空充气雷 达阵列<sup>[6]</sup>、NASA充气天线实验中的充气薄膜天 线<sup>[7]</sup>是典型的基于充气/柔性支架的可折叠薄膜航 天器。充气/柔性支架的引入使得航天器折叠形态 具有极小的外形尺寸,但在展开过程中缺乏足够的 系统刚性,无法实现系统形态的精确控制,极易导 致系统展开失败<sup>[5,7]</sup>。

可折叠张拉整体-薄膜系统作为一种新型杆件-弦绳-薄膜预应力结构<sup>[8]</sup>,杆件为系统提供足够的刚度,薄膜和弦绳产生的拉力通过预应力平衡使系统保持指定形态,弦绳作为内置作动器可以通过 拉力/余长控制实现系统形态控制和折叠/展开。 同时,薄膜折叠技术的引入,使得该系统具有更为 紧凑的折叠形态,放宽了张拉整体-薄膜系统中薄 膜需要始终张紧的力学约束<sup>[9]</sup>。显然,作为张拉整 体-薄膜系统(图1)的技术延伸和拓展,可折叠张拉 整体-薄膜系统这种新型刚柔耦合多体系统能够满 足可折叠薄膜航天器的设计需求,克服常规可折叠 薄膜航天器的诸多缺陷。



图 1 典型的 4 杆张拉整体-薄膜系统 Fig.1 A representative four-bar tensegrity-membrane system

本文针对一个可折叠张拉整体-薄膜系统,采 用非线性有限元方法建立系统动力学模型,用于描述系统形态展开中因系统组件大幅度平动和转动 所导致的几何非线性和薄膜因折叠/展开所导致的 材料非线性。基于准静态控制和H。控制方法设计 一种组合控制策略,用于实现从折叠形态到展开形 态的系统形态可控展开,并采用数值仿真检验控制 策略的性能。

# 1 可折叠张拉整体-薄膜系统

本文研究一个2层、每层3杆、21根弦绳、顶层 安装1张薄膜的可折叠张拉整体-薄膜系统,如图2 所示。第一层杆件(*b*<sub>1i</sub>)的下端点(*A*<sub>1i</sub>)通过球形铰 链与系统底座相连,第二层杆件( $b_{2j}$ )的上端点 ( $B_{2j}$ )与薄膜的角点连接。惯性参考系 o-xyz的原 点 o与杆件 $b_{13}$ 的下端点 $A_{13}$ 重合, ox轴通过点 $A_{13}$ 和点 $A_{11}$ , oz轴与系统底座垂直, oy轴可通过右手 定则确定。



在可折叠张拉整体-薄膜系统的形态设计和平 衡点求解时,可以假设杆件为刚体,杆件 b<sub>i</sub>的广义 坐标如图 3 所示。对于本文研究的可折叠张拉整 体-薄膜系统,由于薄膜角点与第二层杆件上端点 相连,并且弦绳两端分别与杆件端点相连,系统形 态可由独立广义坐标向量 q∈R<sup>21</sup>确定。



Fig.3 Generalized coordinates of bar  $b_{ij}$ 

 $q = [q_{11}^{T} q_{12}^{T} q_{13}^{T} q_{21}^{T} q_{22}^{T} q_{23}^{T}]^{T}$ (1)  $\vec{x} + : q_{1j} = [\theta_{1j} \psi_{1j}]^{T} \end{pmatrix} \vec{x} \vec{x} \vec{h} b_{1j} \\ \vec{h} \vec{r} & \forall y_{2j} = [x_{2j} y_{2j} z_{2j} \theta_{2j} \psi_{2j}]^{T} \end{pmatrix} \vec{x} \vec{h} \vec{h} b_{2j} \\ \vec{h} \vec{r} & \forall y_{2j} \neq 0$ (1)

由于悬垂线边缘能够减小薄膜在对称角点载 荷下的褶皱现象<sup>[10]</sup>,因此薄膜设计为具有悬垂线边 缘的正三角形。采用文献[11-12]中的薄膜螺旋折 叠方法进行薄膜折叠,薄膜外形和折痕样式如图4 所示。

为了便于研究薄膜的刚体运动和弹性形变,引 入浮动参考系 $o_f x_f y_f z_{f^o}$ 原点 $o_f 与薄膜角点B_{23}$ 重 合, $o_f x_f$ 轴始终通过薄膜角点 $B_{23}$ 和 $B_{21}$ , $o_f z_f$ 轴与薄 膜角点形成的平面垂直, $o_f y_f$ 轴由右手定则确定。 薄膜的刚体运动可根据浮动参考系 $o_f - x_f y_f z_f$ 的位 移和姿态变化确定,该浮动参考系也给定了薄膜的 边界条件:在浮动参考系 $o_f - x_f y_f z_f$ 中,角点 $B_{23}$ 的位 置不变,角点 $B_{21}$ 可沿 $o_f x_f$ 轴产生位移 $\Delta_{1u}$ ,角点 $B_{22}$ 可沿 $o_f x_f$ 轴和 $o_f y_f$ 轴分别产生位移 $\Delta_{2u}$ 和 $\Delta_{2v}$ ,相应 的薄膜角点载荷( $F_{1u}$ 、 $F_{2u}$ 、 $F_{2v}$ )如图4所示。



# 2 非线性有限元模型

为了描述可折叠张拉整体-薄膜系统的运动特性,采用文献[13]中的完整拉格朗日计算格式建立 系统的非线性有限元模型。系统在*t*+Δ*t*时刻的 虚功可表达为

$$\int_{V}^{t+\Delta t} \delta^{ij} \delta^{t+\Delta t} \tilde{\epsilon}_{ij} \mathrm{d}^{0} V = {}^{t+\Delta t} R \qquad (2)$$

式中: ${}^{\prime+\Delta_i}S^{ij}$ 为第二类 Piola-Kirchhoff应力张量的逆 变分量, ${}^{\prime+\Delta_i}\tilde{\epsilon}_{ij}$ 为 Green-Lagrange 应变的协变分量,  ${}^{\prime+\Delta_i}R$ 为外力和外力矩作用所产生的虚功。

分别采用四节点薄膜元素和二节点杆元素对 薄膜和杆件的动力学特性进行建模,考虑到'+<sup>Δ</sup>'R 中包含惯性力和阻尼力产生的虚功,通过应用线性 化和迭代计算格式,可将式(2)转化为如下的非线 性有限元计算方程

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}^{t+\Delta t} \ddot{\boldsymbol{U}}^{(k)} + \boldsymbol{D}^{t+\Delta t} \dot{\boldsymbol{U}}^{(k)} + {}^{t} \boldsymbol{K}^{(k-1)} \Delta \boldsymbol{U}^{(k)} = \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{R} + {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{F}^{(k-1)} \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{U}^{(k)} = {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{U}^{(k-1)} + \Delta \boldsymbol{U}^{(k)} \\ {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{U}^{(0)} = {}^{t} \boldsymbol{U} \end{cases}$$
(3)

式中:M为质量矩阵, $D = \alpha M + \beta' K^{(k-1)}$ 为基于 Rayleigh 阻 尼 模 型 的 阻 尼 矩 阵,刚 度 矩 阵 ' $K^{(k-1)} = 'K_{L}^{(k-1)} + 'K_{NL}^{(k-1)}$ 包含线性应变增量刚 度 矩 阵 ' $K_{L}^{(k-1)}$  和 非 线 性 应 变 增 量 刚 度 矩 阵 ' $K_{NL}^{(k-1)}$ , '+ $\Delta U^{(k)}$ 为  $t + \Delta t$ 时刻第 k次迭代的节点 位移向量, '+ $\Delta 'R$ 为外力和外力矩向量, '+ $\Delta 'F^{(k-1)}$ 为 元素应力产生的节点载荷向量。

需要指出的是,式(3)中的非线性有限元模型 在建立杆件动力学特性时,考虑了杆件的刚体运动 和轴向弹性形变。相对于系统形态设计和平衡点 求解所采用的杆件刚体假设,非线性有限元模型的 精度和复杂程度明显提高,可以用于检验系统形态 设计结果的准确性。

由于薄膜在系统折叠时为松弛状态,在系统展 开时为张紧状态,本文采用 Miller-Hedgepeth 非线 性材料模型<sup>[14]</sup>,建立薄膜在松弛、张紧、褶皱状态下 的非线性本构关系。薄膜各点处的载荷状态可根 据式(4)中的应力-应变判别准则进行判断。

$\sigma_2 > 0$	$\rightarrow$	张紧状态	
$\boldsymbol{\varepsilon}_1 \leqslant 0$	$\rightarrow$	松弛状态	(4)
$\epsilon_1 > 0 \& \sigma_2 \leqslant 0$	$\rightarrow$	褶皱状态	

式中: $\varepsilon_1$ 为最大主应变, $\sigma_2$ 为最小主应力。薄膜的 本构关系可写为 $\tau = D_m \varepsilon, \tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{22} & \tau_{12} \end{bmatrix}^T$ 为应 力向量, $\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{22} & \gamma_{12} \end{bmatrix}^T$ 为应变向量。当薄 膜处于松弛状态时, $D_m = 0$ 。当薄膜处于张紧状 态时, $D_m = D_T$ ,其中 $D_T$ 可表示为

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{T}} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\mu)/2 \end{bmatrix}$$
(5)

式中:E为弹性模量, µ为泊松比。当薄膜处于褶皱 状态时, D<sub>m</sub> = D<sub>w</sub>, 其中D<sub>w</sub>可表示为

$$D_{\rm w} = \frac{E}{4} \begin{bmatrix} 2(1+P) & 0 & Q\\ \mu & 2(1-P) & Q\\ Q & Q & 1 \end{bmatrix}$$
(6)

式中: $P = (\epsilon_{11} - \epsilon_{22})/(\epsilon_1 - \epsilon_2), Q = \gamma_{12}/(\epsilon_1 - \epsilon_2),$  $\epsilon_2$ 为最小主应变。

该非线性有限元模型已用于多种张拉整体-薄膜系统的形态设计和验证<sup>[9]</sup>、力学分析<sup>[15]</sup>、形态控制 仿真<sup>[16]</sup>,详细建模方法参见文献[8-9,13]。

# 3 系统展开的组合控制策略

为了实现可折叠张拉整体-薄膜系统的可控形态展开,本文设计了一种基于准静态控制和H<sub>∞</sub>控制的混合控制策略。准静态控制基于系统预应力 平衡条件,在系统平衡点区域内设计期望形态变化 轨迹,进而给出对应的控制输入,即弦绳余长的变 化规律。由于准静态控制是一种开环控制方法,在 系统形态展开过程中将必然导致系统响应振荡现 象。在系统形态展开接近终点时,引入一个H<sub>∞</sub>输 出反馈控制器,不仅可以快速消除系统振动,并且 可以提高系统在展开形态下的形态保持精度。

#### 3.1 准静态控制

准静态控制采用开环控制概念,根据期望的系 统平衡点轨迹参数生成控制输入,使系统沿该平衡 点轨迹进行运动<sup>[17]</sup>。该控制方法是一种低成本控 制方法,在航天器控制<sup>[18-20]</sup>、机器人控制<sup>[21-22]</sup>、结构 控制<sup>[17,23]</sup>等方面得到应用。由于该控制方法不引 人反馈信号,系统在运动中将出现响应振荡现象, 并且一般需要系统进行慢速运动以保证控制性能。

由于可折叠张拉整体-薄膜系统是一种预应力 系统,系统平衡点轨迹(即系统形态展开轨迹)需要 根据系统平衡条件进行设计。考虑到系统展开过 程中薄膜将出现从松弛到张紧的应力变化过程,可 折叠张拉整体-薄膜系统也将出现从张拉整体预应 力构型到张拉整体-薄膜预应力构型的切换现象。 需要分别研究这两种预应力构型下的系统平衡条 件,确定系统平衡点包线并设计期望的平衡点 轨迹。

在张拉整体预应力构型下,系统仅依靠弦绳张 力实现预应力平衡,系统平衡形态可由如下的系统 平衡方程确定<sup>[8]</sup>。

$$A(q)T = 0 \tag{7}$$

式中:T为弦绳拉力向量;q为式(1)中定义的系统 广义坐标向量;矩阵A(q)的元素可表示为A<sub>ij</sub> = *dl<sub>i</sub>/dq<sub>i</sub>*,*l<sub>j</sub>为第j*个弦绳的长度,*q<sub>i</sub>*为向量q的第*i*个 元素。系统处于平衡形态时,弦绳拉力应大于0。 对于本文研究的可折叠张拉整体-薄膜系统,矩阵 A(q)为方阵,根据式(7)可将系统在张拉整体预应 力构型下的平衡条件写为如下形式

$$\begin{cases} \det A(q) = 0 \\ T \in N(A(q)) \\ T_j > 0 \end{cases}$$
(8)

式中:N(A(q))代表矩阵A(q)的零空间,T<sub>j</sub>为向 量T的第j个元素。所有满足式(8)的系统平衡点 构成了系统在张拉整体预应力构型下的平衡点 区域。

在张拉整体-薄膜构型下,薄膜和弦绳共同产 生张力实现系统预应力平衡,可通过式(9)确定系 统平衡形态<sup>[8]</sup>。

$$B(q)F = 0 \tag{9}$$

式中:  $F = \begin{bmatrix} T^{T} & F_{1u} & F_{2u} & F_{2v} \end{bmatrix}^{T}$ ;矩阵B(q)的元 素可表示为 $B_{ij} = \partial d_{j} / \partial q_{i}, d_{j}$ 为向量d的第j个元 素,  $d = \begin{bmatrix} l_{1} & \cdots & l_{21} & \Delta_{1u} & \Delta_{2u} & \Delta_{2v} \end{bmatrix}^{T}, l_{k}$ 为第k个 弦绳的长度,  $\Delta_{1u}, \Delta_{2u} 和 \Delta_{2v}$ 为薄膜角点位移。根据 式(9), 系统在张拉整体-薄膜预应力构型下的平衡 条件可表示为

$$\begin{cases} F \in N(B(q)) \\ F_{i} > 0 \end{cases}$$
(10)

式中:N(B(q))代表矩阵B(q)的零空间,F<sub>j</sub>为向 量F的第j个元素。所有满足式(10)的系统平衡点 构成了系统在张拉整体-薄膜预应力构型下的平衡 点区域。系统平衡条件(式(7~10))的详细推导过 程参见文献[8-9]。

在可折叠张拉整体-薄膜系统的平衡点区域 内,可选取并设计期望的形态展开轨迹,进而确定 对应的弦绳拉力/余长变化规律。基于准静态控制 概念,通过缓慢控制弦绳拉力变化,实现系统沿期 望的形态展开轨迹进行运动,但系统响应将出现振 荡现象。

#### 3.2 H<sub>∞</sub>控制

为了消除准静态控制导致的系统响应振荡现 象并提高系统在展开形态下的形态保持精度,采用 H<sub>∞</sub>输出反馈控制器实现系统在展开形态的闭环 控制。

在系统展开形态下,系统线性模型可写为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ e \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ d \\ u \end{bmatrix}$$
(11)

式中: $x = [q^{T} w^{T} \dot{q}^{T} \dot{w}^{T}]^{T}, w \in \mathbb{R}^{m}$ 为薄膜上 m个点处的横向挠度向量;控制输入向量u的各个 元素为弦绳余长;向量 $d \langle e \pi y \rangle$ 别为广义输入向 量、广义误差向量和测量输出向量。

H<sub>∞</sub>输出反馈控制器 $K(s) = C_k(sI - A_k)B_k + D_k$ 的设计等价于求解如下的凸函数优化问题<sup>[24-25]</sup>。 find  $R, S, \overline{A}_k, \overline{B}_k, \overline{C}_k, D_k$ 

s.t. 
$$\begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} > 0$$
$$\begin{bmatrix} \Psi_{A} + \Psi_{A}^{T} & \Psi_{B} & \Psi_{C}^{T} \\ \Psi_{B}^{T} & -\gamma I & \Psi_{D}^{T} \\ \Psi_{C} & \Psi_{D} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$
(12)

式中

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Psi}_{A} = \begin{bmatrix} AR + B_{2}\bar{C}_{k} & A + B_{2}D_{k}C_{2} \\ \bar{A}_{k} & SA + \bar{B}_{k}C_{2} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Psi}_{B} = \begin{bmatrix} B_{1} + B_{2}D_{k}D_{21} \\ SB_{1} + \bar{B}_{k}D_{21} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Psi}_{C} = \begin{bmatrix} C_{1}R + D_{12}\bar{C}_{k} & C_{1} + D_{12}D_{k}C_{2} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Psi}_{D} = D_{11} + D_{12}D_{k}D_{21} \end{cases}$$
(13)

控制器参数*A*<sub>k</sub>、*B*<sub>k</sub>、*C*<sub>k</sub>和*D*<sub>k</sub>可通过式(14) 确定

$$\begin{cases} MN^{\mathrm{T}} = I - RS \\ \bar{B}_{\mathrm{k}} = NB_{\mathrm{k}} + SB_{2}D_{\mathrm{k}} \\ \bar{C}_{\mathrm{k}} = C_{\mathrm{k}}M^{\mathrm{T}} + D_{\mathrm{k}}C_{2}R \\ \bar{A}_{\mathrm{k}} = NA_{\mathrm{k}}M^{\mathrm{T}} + NB_{\mathrm{k}}C_{2}R + SB_{2}C_{\mathrm{k}}M^{\mathrm{T}} + \\ S(A + B_{2}D_{\mathrm{k}}C_{2})R \end{cases}$$
(14)

H<sub>∞</sub>控制器设计结构如图 5 所示,权重函数设 计为如下形式

$$\begin{cases} \boldsymbol{W}_{e} = \operatorname{diag}\left(\frac{0.1s+10}{s+0.1} \boldsymbol{I}_{21\times 21}, \frac{0.05s+5}{s+0.25} \boldsymbol{I}_{m\times m}\right) \\ \boldsymbol{W}_{u} = (1/0.05) \boldsymbol{I}_{21\times 21} \\ \boldsymbol{W}_{d_{1}} = \boldsymbol{W}_{d_{2}} = 0.001 \boldsymbol{I}_{21\times 21} \\ \boldsymbol{W}_{d_{3}} = \boldsymbol{W}_{d_{4}} = 0.001 \boldsymbol{I}_{m\times m} \end{cases}$$
(15)



Fig.5 System interconnections for  $H_\infty$  control design

# 4 仿真结果

本节根据非线性有限元模型,采用数值仿真方 法研究可折叠张拉整体-薄膜系统的形态展开,并 检验所设计的组合控制策略的控制性能。

根据式(8)和式(10)中两种系统预应力构型的 平衡条件,基于系统对称条件<sup>[9]</sup>,通过数值计算方 法可确定系统平衡点区域,如图6所示。系统形态 展开参考轨迹根据轨迹关键点*E*<sub>0</sub>、*E*<sub>1</sub>、*E*<sub>2</sub>和*E*<sub>3</sub>生 成,其中*E*<sub>0</sub>对应系统折叠形态,*E*<sub>3</sub>对应系统展开形 态。当系统处于轨迹关键点 E<sub>1</sub>时,薄膜展开但未 张紧;当系统处于轨迹关键点 E<sub>2</sub>时,薄膜张紧。在 轨迹分段 E<sub>2</sub>E<sub>3</sub>上,薄膜具有相同的应力状态。通 过为每个轨迹关键点指定轨迹生成坐标 r<sub>traj</sub>的数 值,可通过如下的二阶系统生成期望的系统形态展 开轨迹。

$$\begin{cases} \ddot{r}_{\text{traj}} + 2\xi\omega\dot{r}_{\text{traj}} + \omega^2 r_{\text{traj}} = \omega^2 \\ r_{\text{traj}}(0) = 0 \\ \dot{r}_{\text{traj}}(0) = 0 \end{cases}$$
(16)

式中: $\omega = 0.15$ , $\xi = 1.0$ 。该二阶系统可使期望轨 迹具有平滑的变化规律,避免系统加速度的突变 现象。



图 6 系统平衡点区域和参考轨迹关键点 Fig.6 System equilibrium regions and key equilibriums

可折叠张拉整体-薄膜系统的形态展开仿真结 果如图 7~10所示。



从图 7 和图 8 中的杆件 b<sub>11</sub>和杆件 b<sub>21</sub>的响应曲 线可以看出,准静态控制方法可以使系统跟随期望 形态展开轨迹,但系统响应中存在明显的振荡。当 系统从张拉整体预应力构型运动至张拉整体-薄膜 预应力构型时,由于薄膜出现应力突变,导致系统 响应中的振荡幅值增大。当系统运动至展开形态 时,控制器切换为 H<sub>∞</sub>控制器,实现了系统的快速稳 定和形态保持,可以看出该H<sub>∞</sub>控制器具有良好的 控制性能。

图 9 所示的是系统进入张拉整体-薄膜预应力 构型后的薄膜横向挠度响应曲线,可以看出准静态 控制方法使得薄膜出现持续的振动。当控制器切 换为 H<sub>∞</sub>控制器后,薄膜振动得到有效控制。从图 10 所示的弦绳拉力变化曲线可以看出,弦绳拉力 在系统形态展开过程中均大于 0,满足系统平衡 条件。



图 8 杆件  $b_{21}$  的响应曲线 Fig.8 Responses of bar  $b_{21}$ 







Fig.10 Representative tendon force variations

图 11 所示的是系统展开过程的可视化结果, 可以看出本文设计的组合控制策略能够控制可折 叠张拉整体-薄膜系统的形态变化,并使薄膜从折 叠状态运动到展开状态。

# 5 结 论

本文针对可折叠张拉整体-薄膜系统,采用非 线性有限元方法建立系统的动力学模型,结合准静 态控制和H。控制方法设计了系统形态展开的组合 控制策略,获得了以下结论:

(1)非线性有限元方法能够描述可折叠张拉整体-薄膜系统在形态展开过程中的几何非线性和材料非线性力学特性。

(2)准静态控制方法能够有效控制可折叠张 拉整体-薄膜系统的形态展开过程,使系统沿期望 的形态展开轨迹进行运动,但系统响应中存在明显 振荡。

(3)H<sub>∞</sub>控制方法能够在系统展开过程的终端 实现系统快速稳定并消除系统振动,提高系统形态 保持精度。



Fig.11 Deployment sequence of a foldable tensegrity-membrane system

# 参考文献:

- [1] ALVAREZ-SALAZAR O S, ADAMS D, MILMAN M, et al. Pointing architecture of SMAP's large spinning antenna[C]//Proceedings of Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences. [S.l.]: AIAA, 2013.
- [2] THOMSON M W. AstroMesh deployable reflectors for Ku- and Ka- band commercial satellites[C]// Proceedings of the 20th AIAA International Communication Satellite Systems Conference and Exhibit. [S.l.]: AIAA, 2002.
- [3] WALLER D, CAMPBELL L, BOMBER J, et al. MOIRE primary diffractive optical element structure deployment testing[C]//Proceedings of AIAA SciTech Forum. [S.I.]: AIAA, 2015.
- [4] TANDY W D, ATCHESON P, DOMBER J, et al. MOIRE gossamer space telescope—Testing challenges and solutions [C]//Proceedings of AIAA SciTech Forum. [S.I.]: AIAA, 2013.
- [5] FOOTDALE J N, MURPHEY T W, PETERSON M. Design and testing of self-deploying membrane optic support structure using rollable composite tape springs[C]//Proceedings of the 54th AIAA/ASME/ ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics,

and Materials Conference. [S.l.]: AIAA, 2013.

- [6] CADOGAN D P, LIN J K, GRAHNE M S. The development of inflatable space radar reflectarrays [C]//Proceedings of the 40th AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. [S.l.]: AIAA, 1999.
- FREELAND R E, VEAL G R. Significance of the inflatable antenna experiment technology[C]// Proceedings of the 39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit. [S.I.]: AIAA, 1998.
- [8] YANG S, SULTAN C. Deployment of foldable tensegrity-membrane systems via transition between tensegrity configurations and tensegrity-membrane configurations [J]. International Journal of Solids and Structures, 2019, 160: 103-119.
- [9] YANG S, SULTAN C. Modeling of tensegritymembrane systems[J]. International Journal of Solids and Structures, 2016, 82: 125-143.
- [10] FANG H, LOU M, HSI L, et al. Catenary systems for membrane structures[C]//Proceedings of the 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit. [S.l.]: AIAA, 2001.
- [11] GUEST S D, PELLEGRINO S. Inextensional wrapping of flat membranes [C]//Proceedings of the First

International Seminar on Structural Morphology, Montpellier. France: [s.n.], 1992.

- [12] REYNOLDS W D, MURPHEY T W. Elastic spiral folding for flat membrane apertures [C]//Proceedings of AIAA SciTech Forum. [S.l.]: AIAA, 2014.
- [13] BATHE K J. Finite element procedures [M]. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- [14] MILLER R K, HEDGEPETH J M. An algorithm for finite element analysis of partly wrinkled membranes[J]. AIAA Journal, 1982, 20(12): 1761-1763.
- [15] YANG S, SULTAN C. A comparative study on the dynamics of tensegrity-membrane systems based on multiple models[J]. International Journal of Solids and Structures, 2017, 113/114: 47-69.
- [16] YANG S, SULTAN C. LPV control of a tensegrity-membrane system [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 95: 397-424.
- [17] SULTAN C. Close tracking of equilibrium paths [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28: 2209-2230.
- [18] MANKALA K K, AGRAWAL S K. Equilibrium-toequilibrium maneuvers of flexible electrodynamic tethers in equatorial orbits[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(3): 651-658.
- [19] STEPHANE R, LUU T, BERUBE A. Space

shuttle testing of the TriDAR 3D rendezvous and docking sensor[J]. Journal of Field Robotics, 2012, 29(4): 535-553.

- [20] STEPHENS J P, VOS G A, BILIMORIA K D, et al. Orion handling qualities during international space station proximity operations and docking [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2013, 50(2): 449-457.
- [21] DU W, MA S, LI B, et al. Force analytic method for rolling gaits of tensegrity robots[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21(5): 2249-2259.
- [22] DENG J, LIU Y, CHEN W, et al. A XY transporting and nanopositioning piezoelectric robot operated by leg rowing mechanism [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2019, 24(1): 207-217.
- [23] PORTA J M, HERNANDEZ-JUAN S. Path planning for active tensegrity structures[J]. International Journal of Solids and Structures, 2016, 78/79: 47-56.
- [24] GAHINET P, APKARIAN P. A linear matrix inequality approach to H<sub>∞</sub> control[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 1994, 4 (4): 421-448.
- [25] IWASAKI T, SKELTON R E. All controllers for the general H<sub>∞</sub> control problem: LMI existence conditions and state space formulas[J]. Automatica, 1994, 30(8): 1307-1317.

(编辑:胥橙庭)