Vol. 51 No. 3 Jun. 2019

DOI:10.16356/j.1005-2615.2019.03.016

针对旋翼流场模拟的自适应网格算法

罗 阳 桑树浩 陈仁良

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室,南京,210016)

摘要:针对基于格心格式求解器的旋翼流场模拟,提出了相应的自适应笛卡尔网格的数据存储结构及自适应算 法。给出了相应的单元处理策略,简化了对自适应笛卡尔网格的处理;对于频繁的自适应加密过程中产生的大 量重复点,采用了高效的交替数字树算法(Alternating digital tree,ADT)予以删除;对于自适应疏化过程中产生 的大量无用点,提出了标记-删除-移动(Mark,delete,move,MDM)算法予以快速地删除,减少了不必要的计算资 源消耗。对Caradonna & Tung旋翼在不同悬停状态下进行了模拟验证,对比了压力分布系数与桨尖涡位置。之 后对HELISHAPE 7A旋翼在前飞情况下进行了模拟验证,计算值与实验值吻合。此外,求解器对桨尖涡的捕捉 效果得到了明显的提高,表明本文方法具有良好的有效性与鲁棒性。

关键词: 旋翼; CFD; 自适应; 非结构嵌套网格; MDM 算法

中图分类号:V211.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2019)03-0382-08

Adaptive Grid Algorithm for Fluid Simulation of Rotor

LUO Yang, SANG Shuhao, CHEN Renliang

(National Key Laboatory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The data structure, adaptive algorithm and the method of extracting cell information for adaptive Cartesian grid are introduced, which are designed for the CFD solver based on cell - centered scheme. Alternating digital tree (ADT) algorithm is used to delete amounts of repeated points generated in adaptive process. Mark, delete, move (MDM) algorithm is introduced to erase the unused points. For the Caradonna& Tung rotor in different hovering states, calculations are conducted. The distribution of pressure coefficient and the location of vertex are compared well with the experimental data. After that, the simulation for the HELISHAPE 7A rotor in forward state is conducted. It shows that the computation data are compared well with experimental data. It indicates that the algorithms are efficient and robust. The blade tip vortex is compared with the case without utilizing adaptive gird. It manifests that adaptive grid can significantly improve the resolution of capturing the blade tip vortex.

Key words: rotor; CFD; adaptive; unstructured overset grids; MDM algorithm

旋翼流流场模拟是CFD领域最具挑战性的课题之一^[1-2],对桨尖涡模拟的准确性将会影响到后续的桨涡干扰、旋翼机身干扰、旋翼噪声等研究。 旋翼流场模拟的难点主要有两个:旋翼存在复杂的 挥舞、摆振、变距、旋转等运动,使得旋翼流场模拟 比较复杂;桨尖涡的数值耗散导致流场计算的不准 确,进而进一步导致了桨涡干扰等研究的困难。 国内外的很多学者采用嵌套网格的方式来进

基金项目:江苏高校优势学科建设工程资助项目;南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金(kfjj20170120) 资助项目;中央高校基本科研业务费专项基金资助项目。

收稿日期:2017-07-11;修订日期:2018-01-08

通信作者:陈仁良,男,教授,博士生导师,E-mail:crlae@nuaa.edu.cn。

引用格式:罗阳,桑树浩,陈仁良.针对旋翼流场模拟的自适应网格算法[J].南京航空航天大学学报,2019,51(3):382-389. LUO Yang, SANG Shuhao, CHEN Renliang. Adaptive Grid Algorithm for Fluid Simulation of Rotor[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics,2019,51(3):382-389.

行旋翼流场的模拟^[2-13]。招启军等^[2-4]采用了基于结 构网格的嵌套网格技术对旋翼流场进行研究。这 种方式即可以较好地贴合桨叶的形状,又可以处理 桨叶的运动。但是随着桨叶以及直升机的外形变 得越来越复杂,采用结构网格的方式将会面临人为 工作量大的问题。田书玲等[57]采用了非结构嵌套 网格技术对旋翼流场进行了研究。这种方式充分 地利用了非结构网格的灵活性,但是相对于结构网 格,在达到相同模拟效果的情况下,所需的网格数 量将会很大。Shaw等^[8]利用Landgrebe桨尖涡模 型计算出了桨尖涡的位置,在生成非结构的时候在 对应位置上生成较密的网格。这种预加密的方式 提高了悬停状态下求解器对桨尖涡等流动细节的 模拟效果,但是此方式的人工工作量比较大,而且 对于前飞等状态显得灵活性较差。叶靓¹⁹对背景 网格进行了自适应网格技术的研究,但是其工作只 能对背景网格进行自适应加密,不能进行自适应疏 化。除此之外,其工作对背景网格的自适应操作没 有做到全程的自适应,其网格不能随时跟随涡量的 变化,这会对求解效果造成影响。Wissink等^[10]在 桨叶附近采用了非结构网格,在远离桨叶的背景网 格上采用了自适应结构网格,这种方式充分利用了 非结构网格和自适应网格的优点。但是其中涉及 到的汇聚过程会使得网格数量增加,不同网格块之 间的数值传递可能会引入数值误差。Peron等人^[12] 采用了结构化的近桨叶网格和自适应的背景网格, 如前所述,结构化的近桨叶网格对于处理越来越复 杂的桨叶、机身等部件会遇到一定的麻烦。此外, 国内有人将非结构嵌套网格技术与全程自适应背 景网格技术相结合用在了旋翼流场模拟中,在充分 利用非结构网格适应性强的同时,通过自适应网格 对旋翼流场特点进行全程自适应捕捉,提高了模拟 的效果^[13]。

本文针对旋翼流场模拟的复杂性,采用了适合 于格心格式求解器的非结构嵌套网格算法和网格 间插值方式;合理地设置背景网格的物面距,保证 桨尖涡不会二次进入背景网格:提出了背景网格自 适应的具体算法;针对格心格式求解器,提出了自 适应笛卡尔网格信息提取的策略,方便对自适应网 格的处理:采用自适应网格技术对不同状态下的桨 尖涡进行全程自适应捕捉,算例结果表明,本文的 自适应方法大大提高了求解器对旋翼流场的模拟 效果,这将有助于桨涡干扰、旋翼机身干扰等研究。

旋翼运动的非结构嵌套网格 1

为了处理越来越复杂的桨叶、机身等外形,本

文在桨叶附近生成贴体的非结构网格,在其他广泛 的流场区域采用全程自适应网格[13]。对于物面距 的求解采用文献[5,14]的阵面推进法。

不同于结构网格,非结构网格规律性较差,故 其嵌套技术相对复杂,需要采用高效的算法来实 现。文中非结构嵌套网格过程中采用了基于交替 数字树算法(Alternating digital tree, ADT)和相邻 单元搜索算法相结合的方法⁶⁵来搜索宿主单元,对 于一般的情况采用相邻单元搜索算法进行,碰到物 面的时候采用 ADT 算法来处理。其中, ADT 算法 是一种高效的空间几何搜索算法[15]。

在非结构嵌套网格算法中,为了保证嵌套过程 的顺利进行,需要为背景网格设置物面距⁵³。本文 将桨叶下方的背景网格的物面距设置为0.2C(C为 桨叶的弦长),桨叶上方的物面距设置为C。在本 文的计算条件下避免了桨尖涡二次进入近物面网 格,从而减少了非物理的数值耗散。

图1是本文算例中180°方位角处涡量等值线 及自适应网格分布示意。可以看出,180°方位角处 的桨尖涡完全落在了自适应的背景网格上,减少了 不必要的插值操作与数值耗散。



全程自适应背景网格系统

2

本文在远离桨叶的计算区域采用自适应的笛 卡尔网格。笛卡尔网格采用八叉树数据结构(图 2)来处理背景网格,这样可以快速地检索到单元 的相邻单元,也可以快速地进行网格的加密与 稀疏[16-18]。



图2 八叉树 Fig.2 Octree

2.1 背景网格初始化

为了保证运动过程中嵌套的顺利进行,同时保 证网格的数量不至于很大,本文初始的背景网格在 桨叶的空间位置处比较密(预加密区域),其余的区 域比较稀疏。

初始的过程为:

(1)网格剖分从覆盖整个区域的长方体开始, 将长方体一分为八,这个过程不断地持续下去直到 预加密区网格尺寸达到期望的尺寸为止。

(2)将上述网格进行光顺处理,保证相邻单元的网格尺寸差别不大于2倍。

生成的初始背景网格如图3所示。



2.2 全程自适应背景网格

网格自适应的判据形式比较多^[18-19]。考虑到 桨尖涡在旋翼流场模拟中占主导地位,故本文采用 涡量作为背景网格自适应的判据。

2.2.1 自适应网格算法

本文对于八叉树数据结构中的每一个节点,需要存储信息。当前单元8个顶点的编号为node(*i*); 当前单元的守恒变量 W_n, W_{n-1} 分别表示当前时 刻和上一时刻的物理量的值,用于将变量插值到新 的网格上;指向父节点、8个子节点的指针;当前单 元的编号,用于将八叉树结构转化为CFD求解器 需要的数组结构之用;此外,还需要一个辅助的指 针数组Correspond,用于将叶子节点和网格单元的 编号对应起来,方便自适应过程中快速的检索。相 应的自适应算法为:

(1)将 CFD 求解模块中的的 W_n, W_{n-1} 赋值给 叶子节点。

(2)对于每一个单元,根据其涡量判断需要进行的操作。

(3)将加密单元的范围向前推进。

(4)对八叉树结构进行光顺处理。

(5)连接叶子节点。

(6)移除自适应过程中产生的重复点和无 用点。

(7)将八叉树结构的信息转化为CFD求解程 序需要的形式:提取面的信息^[15,18]、体的信息、单元 的体积等。

上述算法的时间复杂度为O(Nlg(N)),其中 N表示叶子节点的数量。

2.2.2 笛卡尔网格信息的提取策略

本文采用了格心格式的求解器,可以处理任意 多面体。对于笛卡尔背景网格,如果两个相邻单元 的大小不一样,提取面信息的时候只需要获得较小 面即可。图4给出了二维的情况,单元A的右边单 元为B,C单元。只需要ac,bc边的信息,不需要ab 边的信息。这样,可以将单元A处理为五边形。 此种处理方式不需要求解器对笛卡尔网格做任何 特别的处理,简化了操作。



图 4 面提取示意 Fig.4 Extract face information

2.2.3 自适应产生的重复点与无用点的删除

在频繁的自适应过程中会产生大量的重复点和无用点。在本文的算例中,每次自适应操作会产生大约20万个的重复点和无用点。如果不及时地删除这些点,整个自适应过程中产生的重复点和无用点将会占用大量的计算空间。对于加密操作过程中产生的重复点,通过ADT算法^[15]进行快速地删除。对于稀疏过程中产生的无用点通过下面提出的标记-删除-移动(Mark, delete, move, MDM)算法进行删除:

(1)数组 flag_{node}(N_{node})用于标记点是否使用过, 初始化为0,其中N_{node}表示现有的点的数量。

(2)遍历八叉树上的所有叶子节点,给对应的 flag_{node}(N_{node})赋值,即 flag_{node}(I_J)=1, I_J 表示第I个叶 子节点的第J个顶点的编号。

 (3)数组 flag_{node}(N_{node})表示修正之后叶子节点 上顶点标号,初始化为0。

(4)假设原来存储点的数组为xyz。建立头索引i和尾索引j,i从第一个元素向后检索,j从最后一个元素向前检索。i检索到下一个flagnode(i)为0之处,j检索到下一个flagnode(j)非0之处,用xyz(:, j)替代xyz(:,i),同时将nodenew(j)赋值为i。

(5)遍历叶子节点上的顶点编号,如果 node_{new}
(node(k))非0,则进行顶点的修正操作:node(k)=
node_{new}(node(k))。其中 node(k)表示当前处理的叶子节点的第 k个顶点。

上述算法的时间复杂度为 O(N_{node}), 空间复杂 度为 O(N_{node}), 可以达到快速删除自适应稀疏过程 中产生的大量无用点的目的。

2.2.4 新旧网格间的插值

对于每次的网格自适应,通过基于梯度的方式 插值出新网格的物理量,即

$$U_{p} = U_{I} + \nabla U_{I} \boldsymbol{r}_{Ip}$$

$$U_{p_{n-1}} = U_{I_{n-1}} + \nabla U_{I_{n-1}} \boldsymbol{r}_{Ip}$$
(1)

式中: U_p , $U_{p_{n-1}}$ 分别表示自适应之后单元p上当前 时刻和上一时刻的物理量; U_I , $U_{I_{n-1}}$ 分别表示自适 应之前单元I上当前时刻和上一时刻的物理量; r_{I_p} 表示p单元和I单元格心之间的向量; ∇U_I 为I单元 上物理量的梯度

$$\nabla U_{I} = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=1}^{N_{F}} \frac{1}{2} \left(U_{I} + U_{i} \right) \boldsymbol{n}_{li} \Delta S_{li} \qquad (2)$$

式中:Ω表示此单元的体积;N_F表示相邻单元的个数;n_i表示此单元第*i*个面的法向量;△S_{ii}为对应的面积。插值出U之后,就可以求解出相应的守恒变量W。

3 非定常流场求解

3.1 流场控制方程

N-S方程的守恒形式为

 $\frac{\partial}{\partial t} \int_{a} W d\Omega + \oint_{\partial a} (F_{c} - F_{v}) dS = \int_{a} Q d\Omega \quad (3)$ 式中: W 为守恒变量; F_c 为对流通量; F_v 为黏性 项; Q 为源项, 对于旋翼流场模拟 Q 为 0。W, F_c,

$$F_{v}$$
分别表示为
$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix} F_{c} = \begin{bmatrix} \rho V_{r} \\ \rho u V_{r} + n_{x} P \\ \rho v V_{r} + n_{y} P \\ \rho w V_{r} + n_{z} P \\ \rho W V_{r} + n_{z} P \\ \rho H V \end{bmatrix}$$
$$F_{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} n_{x} + \tau_{xy} n_{y} + \tau_{xz} n_{z} \\ \tau_{yx} n_{x} + \tau_{yy} n_{y} + \tau_{yz} n_{z} \\ \tau_{zx} n_{x} + \tau_{zy} n_{y} + \tau_{zz} n_{z} \\ \Theta_{x} n_{x} + \Theta_{y} n_{y} + \Theta_{z} n_{z} \end{bmatrix}$$
(4)

式中: ρ 为密度;u,v,w分别表示x,y,z方向上的速 度分量;E,H分别表示单位质量总能量和总焓; V_r 表示流体相对于面元的法向速度; n_x,n_y,n_z 分别表 示面元的单位法向量在x,y,z方向上的分量; V_t 表 示逆变速度; τ_{ij} 为黏性张量分量; Θ_i 为黏性应力功 和流体热传导的组合项。

为了较好地模拟可能存在的气流分离现象,本 文采用 *k*-ω SST 湍流模型^[20]。

3.2 方程离散

为了验证本文全程自适应嵌套网格方法对流场细节的模拟效果,本文采用了简单的Jameson中

心差分格式的有限体积法来计算 N-S 方程中的对流通项,每个面元上的对流项的计算为

$$(F_{c}\Delta S)_{ij} = F_{c}\left(\frac{1}{2}\left[W_{i}+W_{j}\right], \boldsymbol{n}_{ij}\right)\Delta S_{ij} - D_{ij} \quad (5)$$

式中:i,j为面的左右单元编号;W为守恒变量; ΔS_{ij} 为i,j单元公共面元的面积; n_{ij} 为此面的法向量; D_{ij} 为人工耗散项。

计算黏性项所需要的梯度通过式(2)来求解。

对于时间离散采用了二阶精度的三点后向差 分进行离散,得

$$\frac{3\Omega W^{n+1} - 4\Omega W^n + \Omega W^{n-1}}{2\Delta t} + R(W^{n+1}) = 0 (6)$$

式中:△t为物理时间步长;**R**为控制体边界上通量 之和;n表示时间步数。对于隐式的时间离散格式 采用了LU-SGS^[21]迭代方法。

4 算例及计算结果分析

4.1 不同状态下的 Caradonna & Tung 旋翼计算

本算例采用了NASA的Caradonna & Tung实 验旋翼^[22]。该旋翼的实验结果已经在衡量旋翼 CFD模拟效果中得到了广泛的应用。两种计算状 态为:桨尖马赫数分别是0.436和0.794,桨距角8°。

在桨叶附近生成贴体的非结构网格,每片桨叶 附近的网格数量约62万个。背景网格采用了自适 应的笛卡尔网格,初始的背景网格数量约75万个。

图5为初始状态下嵌套网格的示意。



 (a) Overset grid around rotor airfoil (b) Overset grid around blade tip 图 5 初始背景网格与近桨叶网格的嵌套示意

Fig.5 Overset grid based on unstructured grids and original Cartesian grid

4.1.1 截面压力系数分布

图 6 给出不同截面上压力系数分布与实验值 的对比。

由于Ma为0.436的情况下文献[9]只给出了桨 尖涡位置的计算结果,没有给出压力系数的结果, 故此种情况下的压力系数计算结果仅与实验值进 行了对比,桨尖涡位置的对比在4.1.2节进行。从 图6中可以看出,两种计算条件下本文计算结果与 实验值吻合得都比较好,从图6(g,h)中可以看出, Ma为0.794的情况下,对于激波较为明显的截面 上,本文对压力系数的模拟效果稍微优于文献[9]



Fig.6 Comparison of computed surface pressure with experimental data

中的计算结果,其他计算结果相当。

自适应网格的优势在于对背景网格上相对广 泛区域上桨尖涡等流动细节的捕捉,故之后的算例 主要侧重对桨尖涡捕捉效果的对比。

4.1.2 自适应效果与桨尖涡位置分析

图 7,8为桨尖马赫数 0.436 的条件下桨尖涡的 计算结果。其中图 7显示了计算结束之后 0°截面 和 90°截面上涡量等值线分布以及相应的网格分 布。可以看出,本文的自适应网格很好地捕捉到了 涡量的位置,很清晰地模拟了桨尖涡的细节。



图7 截面上的两重夺值线与网俗分布 Fig.7 Vorticity contour and grid distribution in slice

图 8 显示了桨尖涡位置与实验值及文献[9]中 计算结果的对比,可以看出本文与文献中计算得到 的桨尖涡的位置都与实验值吻合得较好,但是本文



也捕捉到了360°到720°的桨尖涡。

4.1.3 桨尖涡的模拟效果

图 9 为桨尖涡模拟效果示意。其中图 9(a,c) 没有采用自适应网格技术,图 9(b,d)采用了自适



Fig.9 Blade tip vortex before and after self-adaption

应网格技术。可以看出,采用自适应网格技术之后, 求解器对桨尖涡的捕捉效果得到了很大的提升。相 比于桨尖马赫数为0.436的情况,马赫数为0.794 时,由于旋翼的拉力系数比较大,桨尖涡会比较强, 求解器捕捉到的桨尖涡的圈数相应地会比较多。

由于在自适应过程中采用了疏化操作,计算结 束之后,两种情况下背景网格的数量分别约为152 万和174万个,数量不是很大,相应的计算资源的 消耗不会过大,这对于工程实践和科学研究是很有 利的。

4.2 前飞状态下的 HELISHAPE 7A 旋翼计算

本算例使用了 HELISHAPE 7A 旋翼^[23]。计 算状态为:前进比0.167,轴倾角-1.48°,桨尖马赫 数0.616。

4.2.1 截面压力系数分布

图 10 中显示了计算得到的不同桨叶截面的压 力系数与实验值的对比,可以看出计算值与实验值 吻合较好。



Fig.10 Comparison of computed surface pressure with experimental data

4.2.2 桨尖涡的模拟效果

图 11,12 分别显示了自适应前后计算得到的 桨尖涡的涡量等值面分布。可以看出,自适应之 后,求解器对桨尖涡的捕捉效果明显的优于自适应



之前的模拟效果。

图 13(a,b)显示了自适应之后对称截面上的涡量云图分布,可以看出,自适应网格在涡量强的地方分布明显较密,可以较好地捕捉桨尖涡等流动细节。





5 结 论

针对旋翼流场模拟的特点采用了非结构嵌套 网格技术,提出了相应的全程自适应算法、自适应 笛卡尔网格单元提取策略、MDM算法等,并进行 了相应的数值模拟验证,主要结论如下:

(1)嵌套过程中通过合理设置背景网格的物 面距避免了桨尖涡二次进入近桨叶网格,可以减少 不必要的数值耗散,提高求解器对桨尖涡的求解 效果。

(2)充分利用格心格式求解器的特点,提出了 相应的笛卡尔网格信息提取策略,简化了对自适应 笛卡尔网格的处理。

(3)用ADT算法和本文所提出的MDM算法 高效的删除自适应过程中产生的大量重复点和无 用点,大大的节约了不必要的空间占用。

(4)采用本文的自适应网格算法在流场求解的全过程中进行网格的自适应操作,可以及时地适应流场的发展特点,有效地提高求解程序对桨尖涡等流动细节的模拟精度,同时对计算资源的占用不会过大,具有较高的工程价值和科学研究价值,可以用于旋翼气动分析、旋翼设计、桨涡干扰等方面。

(5) 不同的算例结果表明本文的方法适合于 旋翼流场模拟,可以有效的提高求解器对流场的模 拟效果。

参考文献:

- BLAZEK J. Computational fluid dynamics: Principles and applications [M]. 2nd ed. [S.L.]: Elsevier Ltd, 2005: 1-4.
- [2] 徐国华,招启军.直升机旋翼计算流体力学的研究进展[J].南京航空航天大学学报,2003,35(3): 338-344.

XU Guohua, ZHAO Qijun. Advances in computational fluid dynamics of helicopter rotor [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2003, 35(3): 338-344.

[3] 赵国庆,招启军,吴琪.旋翼非定常气动特性CFD模 拟的通用运动嵌套网格方法[J].航空动力学报, 2015,30(3):546-554.

ZHAO Guoqing, ZHAO Qijun, WU Qi. A universal moving-embedded grid method for CFD simulation of unsteady aerodynamic characteristics of rotor [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(3): 546-554.

- [4] 李亚波.基于自适应网格方法的倾转旋翼流场数值 模拟[D].南京:南京航空航天大学,2013:1-105.
 LI Yabo. Numerical simulations for flowfield of tilt-rotor based on adaptive grid method[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013:1-105.
- [5] 田书玲.基于非结构网格方法的重叠网格算法研究

[D].南京:南京航空航天大学,2008.

TIAN Shuling. Investigation of overset unstructured grids algorithm [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2008.

[6] 许和勇,叶正寅,王刚,等.基于非结构嵌套网格的 旋翼前飞流场计算[J].西北工业大学学报,2006,24 (6):763-767.

XU Heyong, YE Zhengyin, WANG Gang, et al. Improving numerical simulation of rotor forward flight flowfield with unstructured dynamic oversetgrids [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2006, 24(6): 763-767.

 [7] 许和勇,叶正寅,史爰明.基于非结构嵌套网格的旋 翼-机身干扰流场数值模拟[J].西北工业大学学报, 2010,28(6):814-817.

XU Heyong, YE Zhengyin, SHI Aiming. An effective method for numerically simulating helicopter rotorfuselage aerodynamic interference using unstructured overset grids[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2010, 28(6): 814-817.

- [8] SHAW S T, HILL J L, VILLAMARIN C E M. A priori grid adaptation for helicopter rotor wakes using unstructured and structured-unstructured hybrid grids [C]//43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. [S.l.]:AIAA, 2005.
- [9] 叶靓.基于非结构网格的直升机旋翼流场及噪声研究[D].南京:南京航空航天大学,2009. YE Liang. Research on the flowfield and noise of helicopter rotors based on unstructured mesh[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [10] WISSINK A, KAMKAR S, PULLIAM T, et al. Cartesian adaptive mesh refinement for rotorcraft wake resolution[J]. AIAA Journal, 2010: 10.2514/6.2010-4554.
- [11] HARRIS R, SHETA E, HABCHI S. An efficient adaptive cartesian vorticity transport solver for rotorcraft flowfield analysis [C]//AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. [S.I.]:AIAA, 2010.
- [12] PERON S, BENOIT C. Automatic off-body overset adaptive Cartesian mesh method based on an octree approach[J]. Journal of Computational Physics , 2013, 232(1): 153-173.
- [13] 桑树浩,罗阳,陈仁良.适用于旋翼流场模拟的自适应网格相关算法研究[C]//第33届全国直升机年会. 景德镇:[s.n.],2017:121-124.
 SANG Shuhao, LUO Yang, CHEN Renliang. Researches on adaptive grid algorithm for fluid simulation of the rotor[C]//China Helicopter Society 33rd Na-

tional Forum. Jingdezheng: [s.n.],2017: 121-124.

- [14] LOHNER R. Applied computational fluid dynamics techniques: An introduction based on finite element methods [M]. 2nd ed. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- [15] BONET J, PERAIRE J. An alternating digital tree (ADT) algorithm for 3D geometric searching and intersection problems [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1991, 31(1): 1-17.
- [16] WANG Z J, CPHEN R F, HARIHARAN N, et al. A 2^N tree based automated viscous Cartesian grid methodology for feature capturing[R]. AIAA-99-3300, 2012.
- [17] COIRIER W J, POWELL K G. A Cartesian, cellbased approach for adaptively-refined solutions of the Euler and Navier-Stokes equations [C]//Its Surface Modeling, Grid Generation, & Related Issues in Computational Fluid Dynamic Solutions P. [S. l.]: AIAA,1994:207-224 (See N95-28723 10-02).

- [18] COIRIER W J. An adaptively-refined, Cartesian, cellbased scheme for the Euler and Navier-Stokes equations[D]. Ann Arbor: The University of Michi-gan, 1994.
- [19] 招启军,徐国华.直升机计算流体动力学基础[M]. 北京:科学出版社,2016.
- [20] MENTER F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. AIAA Journal, 1994, 32(8): 1598-1605.
- [21] JAMESON A, TURKEL E. Implicit schemes and LU decompositions[J]. Mathematics of Computation, 1979, 37(156): 385-397.
- [22] CARADONNA F X, TUNG C, CARADONNA F X, et al. Experimental and analytical studies of a model helicopter rotor in hover[J]. Vertica, 1980, 5 (2): 149-161.
- [23] STEIJL R, BARAKOS G N, BADCOCK K J. A CFD framework for analysis of helicopter rotors[C]// AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. [S. 1.]:AIAA,2005.

(编辑:孙静)