DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.06.013

# 双转盘偏心槽球体研磨均匀性定量评价方法

吕程昶<sup>1</sup> 孙玉利<sup>1,2</sup> 王 勇<sup>1</sup> 郭凌曦<sup>2</sup> 朱力敏<sup>2</sup>

袁 航<sup>2</sup> 左敦稳<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学机电学院,南京,210016; 2. 上海航天控制技术研究所,上海,200233)

摘要:硬质合金球在航空航天、石油矿业等领域有着广泛应用,其研磨方法一直是研究的热点。评价硬质合金球研磨均匀性是研究其加工方法的一种主要手段。为进一步提高研磨均匀性评价方法的准确性,考虑表面原始形貌和研磨压力的影响,本文采用单因素实验法,使用 MATLAB 数学分析软件推导了球体研磨的材料去除方程,并结合材料去除方程提出了双转盘偏心 V 形槽球体研磨均匀性的定量评价方法与仿真模型。采用正交实验, 对研磨均匀性定量评价方法进行了实验验证。实验表明,双转盘偏心 V 形槽球体研磨均匀性定量评价方法能 够有效预测研磨压力、上盘转速和下盘转速对研磨效果的影响。

关键词:球体研磨;V形槽;材料去除方程;硬质合金球;定量评价 中图分类号:TG58 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2016)06-0864-06

# Quantitative Evaluation Method of Ball Lapping Uniformity Using Eccentric Lapping Method with Two Rotatable Lapping Plates

Lü Chengchang<sup>1</sup>, Sun Yuli<sup>1,2</sup>, Wang Yong<sup>1</sup>, Guo Lingxi<sup>2</sup>, Zhu Limin<sup>2</sup>, Yuan Hang<sup>2</sup>, Zuo Dunwen<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 2. Shanghai Aerospace Control Technology Institute, Shanghai, 200233, China)

Abstract: Because of the wide use in the aerospace, oil, mining and other fields, the grinding method of cemented carbide balls has been a research hot spot. Evaluating the lapping uniformity is a main mean to study the processing method of cemented carbide balls. In order to improve the accuracy of grinding homogeneity evaluation method, considering the influence of the original surface topography and grinding pressure, the material removal equation during ball lapping process is deduced by single factor test using MATLAB software, and a quantitative evaluation method and a simulation model of lapping uniformity using the eccentric lapping method with two rotatable lapping plates are proposed in this paper. Moreover, the orthogonal experiment is used to verify the proposed method and the results show that the method is effective to predict the effect of grinding pressure, rotating speed of upper and lower plates on

基金项目:航空科学基金(2015ZE52055)资助项目;上海航天技术研究院横向课题资助项目;江苏省普通高校专业学位研究生科研创新实践计划(SJLX\_0116)资助项目;南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金(kfjj201468)资助项目。

收稿日期:2015-04-15;修订日期:2016-01-13

通信作者:孙玉利,男,教授,E-mail: sunyuli@nuaa.edu.cn。

**引用格式:**吕程昶,孙玉利,王勇,等.双转盘偏心槽球体研磨均匀性定量评价方法[J]. 南京航空航天大学学报,2016, 48(6):864-869. Lü Chengchang, Sun Yuli, Wang Yong, et al. Quantitative evaluation method of ball lapping uniformity using eccentric lapping method with two rotatable lapping plates[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(6):864-869.

the grinding accuracy.

**Key words:** ball lapping; V-groove; material removal equation; cemented carbide balls; quantitative evaluation

硬质合金球广泛应用于轴承、球形电机<sup>[1]</sup>中, 其球形误差、表面粗糙度直接影响设备的精准性、 可靠性以及使用寿命。球体零件的加工方法主要 为研磨和抛光,加工过程产生的接触轨迹是影响球 体零件精度、表面质量的关键。球体加工方式的研 究多以研磨轨迹作为出发点,研究不同研磨方式的 优劣性。聂兰芳等人[2]研究了球体成球条件,总结 为:球面上每个点被加工的概率都是相同的(切削 等概率性);加工过程中,选择性研磨大球、长轴方 向(尺寸选择性)。朱晨<sup>[3]</sup>对同轴两转盘和同轴三 转盘两种研磨方式进行了力学分析,分析了两者的 研磨轨迹,得出了同轴三转盘研磨方式的力学特 性;王军等人<sup>[4]</sup>研究了锥形研磨方法的研磨轨迹, 得出其研磨效率比 V 形槽研磨法更高的结论; Zhang 等人<sup>[5]</sup> 通过分析磁流体研磨方法的研磨轨 迹,得出结论:磁流体研磨过程中研磨轨迹是一组 固定的圆环,其成球需要有系统自身的影响; Zhang 和 Nakajima<sup>[6]</sup>对实际研磨轨迹和研磨仿真 轨迹进行了对比,发现偏心研磨和双转盘研磨是加 工高精密球体的有效方法。

然而,以上研磨轨迹研究只是单纯的几何研 究,没有考虑研磨过程中的研磨压力和球体表面原 始形貌的影响。这种几何研究法只能对研磨过程 的轨迹均匀性进行定性评价,评价准确性低。

## 1 硬质合金球体材料去除方程推导

双转盘偏心 V 形槽研磨方式结构图如图 1 所示,球体与上、下研磨盘三点接触,研磨过程中球体







和研磨盘发生滚动摩擦,由此在球体表面产生3条 研磨轨迹。由于摩擦方式为滚动摩擦,硬质合金材 料去除方程将以滚动摩擦去除实验为基准。类似 于单转盘偏心 V 形槽研磨方法,双转盘偏心 V 形 槽研磨的材料去除主要影响因素为研磨压力和研 磨盘转速<sup>[7-9]</sup>。在其他实验条件确定的情况下,本 文考虑研磨压力和上、下研磨盘转速对材料去除率 的影响。研磨实验条件如表1所示。

表1 研磨实验条件

Tab. 1	Lapping	test	conditions
--------	---------	------	------------

项目	参数
实验用硬质合金球	<b>Φ</b> 12.7 mm,球形误差4μm, GT35硬质合金球
加工设备	SPQMJ-350 双转盘偏心 V 形槽研磨机
研磨盘	球墨铸铁
研磨盘参数	偏心距 8 mm
V形槽圆形半径/mm	$R_0 = 55$
磨料	W10,SiC
研磨液基液	87.5% 去离子水,12.5% 多 功能切削液
研磨液浓度/wt%	10
实验时间/(min・组⁻¹)	60
实验硬质合金球数/ (球・组 <sup>-1</sup> )	3

实验中,保持磨料浓度、磨粒粒度不变,采用单因素实验,分别分析研磨压力和上、下研磨盘转速 对硬质合金材料去除率的影响。研磨压力变化范围为 5~26 N/ball,上研磨盘转速变化范围为 0~64 r/min,下研磨盘转速变化范围为 30~ 135 r/min。采用材料去除率和平均半径变动率 (单位时间半径减小值)作为评价指标。材料去除 率用 MRR 表示,使用精密分析天平(BS224S,德国 Sartorius,精度 0.1 mg),测量研磨前后每组球的 质量变化,计算每组中单个球体的材料去除质量的 平均值,作为材料去除率。平均半径变动率用  $\Delta r$ 表示,由式(1)获得。实验结果见表 2。

$$MRR = \left[\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi (R - \Delta r)^3\right]\rho \quad (1)$$

式中:R = 6.35 mm 为硬质合金球原始半径; $\rho = 6.4 \text{ mg/mm}^3$  为硬质合金材料密度。

材料去除主要与球体-研磨盘相对速度和研磨 压力相关,将研磨盘转速通过式(2)转化为接触点 的线速度,则可以得出材料去除率与上下接触点线 速度的关系。

$$V = \frac{n \times 2\pi}{60} \cdot R_0 \tag{2}$$

式中:n为研磨盘转速;R<sub>0</sub>为V形槽圆形半径。

#### 表 2 材料去除实验结果

	13	ab. 2 Ma	aterials rel	noval test rest	nts
	实验参	参数		实验结界	Ę
ふみ	压力/	上盘转	下盘转	材料去除	平均半径
头短	(N•	速/(r・	速/(r・	率 $MRR/$	变动率 $\Delta r/$
5	$\operatorname{ball}^{-1}$ )	$\min^{-1}$ )	$\min^{-1}$ )	$(mg \cdot h^{-1})$	$(\mu m \cdot h^{-1})$
1	5	24	120	3.4	1.0
2	8	24	120	7.3	2.3
3	11	24	120	6.6	2.0
4	14	24	120	9.5	2.9
5	17	24	120	10.3	3.2
6	20	24	120	11.4	3.5
7	23	24	120	13.0	4.0
8	26	24	120	17.8	5.5
9	10	0	120	12.9	4.0
10	10	8	120	12.0	3.7
11	10	16	120	13.7	4.2
12	10	24	120	10.3	3.2
13	10	32	120	12.5	3.9
14	10	48	120	10.9	3.4
15	10	56	120	11.1	3.4
16	10	64	120	9.7	3.0
17	10	24	30	3.8	1.2
18	10	24	45	6.0	1.9
19	10	24	60	4.9	1.5
20	10	24	75	7.1	2.2
21	10	24	90	10.2	3.1
22	10	24	105	10.3	3.2
23	10	24	120	12.3	3.8
24	10	24	135	16.2	5.0

实验中平均半径变动率的影响因素有 3 个:研磨压力 p,上接触点线速度 V<sub>U</sub>,下接触点线速度 V<sub>L</sub>。为得出材料去除率方程,本文利用多元线性 回归分析法<sup>[10]</sup>,构建四者之间的多元线性回归模型。由 Preston<sup>[11]</sup>方程可知,材料去除率与研磨相 对速度和研磨压力成正比关系,故多元线性回归方 程表示如下

$$\Delta r = K p^x V_{\rm U}^y V_{\rm L}^z \tag{3}$$

结合表 2 和式(2),使用最小二乘法求解线性 回归方程,则得出 K,x,y,z 分别为 0.930,0.554, -0.082,0.676,即硬质合金球在双转盘偏心 V 形 槽研磨方式中的平均半径变动率方程为

$$\Delta r = 0.930 p^{0.554} V_{\rm U}^{-0.082} V_{\rm L}^{0.676} \tag{4}$$

### 2 研磨均匀性评价方法

文献[12]中提出了球体研磨均匀性的纯几何

评价方法。将球面分为100个区域后,通过计算研 磨接触点轨迹离散后在各区域的分布情况,衡量研 磨均匀性。这种评价方法主要考虑了研磨过程的 运动规律,考察接触点的分布情况,不考虑球体表 面原有的表面形貌和研磨过程中材料去除对表面 的影响,只能定性评价研磨轨迹的均匀性。本文结 合硬质合金材料去除方程,对球体表面各个划分区 域进行赋值(模拟原始形貌),计算仿真后球体表面 各区域值,将仿真后各区域差值最大值作为球体球 度<sup>[13]</sup>,衡量研磨均匀性。

为方便分析,作如下假设:(1)球体与研磨盘在 研磨过程中无弹塑性变形;(2)球体与研磨盘接触 各点在圆周运动中线速度相同;(3)各球体之间无 相互摩擦、撞击作用;(4)不考虑研磨液对研磨过程 的影响。

硬质合金球坯的球度为 4  $\mu$ m,因此,赋值区间 选择 0~4  $\mu$ m。采用 MATLAB 产生 10×10 的随 机分布矩阵,将其赋值到按经纬度划分的 100 个球 面区域,赋值结果是在球体表面产生随机的表面形 貌,使得球体各区域原始形貌值(区域赋值)各不相 同。

定义硬质合金球体接触点处去除规则:接触点 发生材料去除时,材料去除量是该点形貌值(该点 发生材料去除前的值)、取样时间和单位时间材料 去除比例(平均半径变动率与去除实验球度误差 H的比值)的乘积,则某区域经 n 个接触点切除材 料后的形貌值 H<sub>n</sub>

$$H_n = H_0 \left(1 - \frac{\Delta t \Delta r}{3\ 600H}\right)^n \tag{5}$$

式中: $\Delta t = 0.05$  s 为取样时间, $H = 4 \mu m$  为去除实验的原始球度误差。

仿真模型是采用 MATLAB 建立的数学模型。 对研磨轨迹离散、球体表面区域划分<sup>[12]</sup>、区域表面 赋值后,结合硬质合金材料去除方程和去除规则, 可以计算出一定研磨时间后,球体表面各区域形貌 值(各区域高度),各区域形貌值差值的最大值即为 球体球度。最大形貌值差值越大,则研磨均匀性越 差;最大形貌值差值越小,则研磨均匀性越好,以此 来判断双转盘偏心 V 形槽研磨方法的均匀性。

#### 3 仿真与研磨实验

在得出双转盘偏心 V 形槽研磨均匀性定量评 价方法的基础上,结合该评价方法,开展仿真与研 磨实验研究。通过正交实验研究研磨压力、上研磨 盘转速和下研磨盘转速对球体球度的影响。仿真 采用标准的 4 因素、3 水平  $L_9(3^4)$  正交表,加工水 平及参数如表 3 所示。仿 真条件为球坯半径 6.35 mm,V 形槽圆弧半径 55 mm,偏心距 8 mm, 仿真时间为 3 600 s,取样时间间隔  $\Delta t = 0.05$  s。

表 3 加工参数及水平

Tab. 3 Parameters and their levels

	加工参数			
水平	研磨压力	上盘转速	下盘转速	
	$p/(N \cdot ball^{-1})$	$V_{ m U}/({ m r}\cdot{ m min}^{-1})$	$V_{ m L}/({ m r}\cdot{ m min}^{-1})$	
1	5	25	65	
2	15	40	95	
3	25	55	125	

将仿真后的形貌高度值差值作为评价指标,实验结果如表4所示。

表4 仿真实验结果

Tab. 4 Simulation results

<b>☆</b> 込	因素				
<u></u> 天迎	研磨压力 p	上盘转速 V <sub>U</sub>	下盘转速 VL	空	$\Delta H/$
5	$/(N \cdot ball^{-1})$	$/(r \cdot min^{-1})$	$/(r \cdot min^{-1})$	列	$\mu m$
1	5	25	65	1	3.91
2	5	40	95	2	3.70
3	5	55	125	3	3.44
4	15	25	95	3	3.55
5	15	40	125	1	3.44
6	15	55	65	2	3.65
7	25	25	125	2	3.11
8	25	40	65	3	3.28
9	25	55	95	1	3.15
$K_1$	11.05	10.57	10.84	10.50	)
$K_2$	10.64	10.42	10.40	10.40	6
$K_{3}$	9.54	10.25	9.99	10.28	3
$k_1$	3.68	3.52	3.61	3.50	1
$k_2$	3.55	3.47	3.47	3.49	
$k_3$	3.18	3.42	3.33	3.43	
极差F	<b>R</b> 0.50	0.11	0.28	0.07	

使用 SPQMJ-350 双转盘偏心 V 形槽研磨机 (南京航空航天大学与上海航天控制技术研究所联 合研制)进行研磨实验,研究实际加工中,研磨压 力、上研磨盘转速和下研磨盘转速3 个参数对球体 球度的影响。研磨实验以球体球度做评价标准,使 用 Talyrond-250 圆度仪进行测量。研磨条件同表 1,加工参数及水平同表3,研磨结果如表5 所示。

# 4 分析与讨论

为了方便分析不同研磨参数对球体球度的影响,将表4和表5中,各参数水平对应下的平均值如图2所示。

Tab. 5 Lapping results						
<b>☆</b> 水	因素					
头 短 旦	研磨压力 p	上盘转速 V <sub>U</sub>	下盘转速 V <sub>L</sub>	空	球度/	
丂	$/(N \cdot ball^{-1})$	$/(r \cdot min^{-1})$	$/(r \cdot min^{-1})$	列	$\mu m$	
1	5	25	65	1	3.84	
2	5	40	95	2	3.45	
3	5	55	125	3	2.72	
4	15	25	95	3	2.40	
5	15	40	125	1	2.41	
6	15	55	65	2	2.58	
7	25	25	125	2	1.91	
8	25	40	65	3	2.11	
9	25	55	95	1	2.22	
$K_1$	10.01	8.15	8.53	8.47	7	
$K_2$	7.39	7.97	8.07	7.94	ł	
$K_3$	6.24	7.52	7.04	7.23	3	
$k_1$	3.34	2.72	2.84	2.82	2	
$k_2$	2.46	2.66	2.69	2.65	)	
$k_3$	2.08	2.51	2.35	2.41		
极差F	R 1.26	0.21	0.50	0.41		

表 5 研磨实验结果





由图 2 可以看出,虽然仿真值与研磨实验值有 一定的差值,但在球度值变化趋势上,仿真结果与



(a) Mechanics analysis of friction



(b) Lapping plate wear 图 3 旋转摩擦分析 Fig. 3 Analysis of rotating friction

对于研磨压力而言,随着研磨压力的增加,仿 真与实验的球度值差值由 0.35 μm 增加到 1.08 μm,再到 1.10 μm,球度值差值增加趋势变 缓。研磨压力导致仿真结果差异变化的主要原因 在于研磨压力的变化导致研磨过程中下盘磨损不 同。如图 3(a)所示,摩擦力  $F_1$  和  $F_2$  可以由式(6) 获得,其大小与研磨压力成正比关系。随着压力增 大,摩擦力增大,球体材料去除增加,同时下研磨盘 磨损量也会增加。下研磨盘磨损,会出现图 3(b) 所示的沟槽。在一定范围内,这种沟槽能够使得下 研磨盘表面质量提高,有利于球体与研磨盘充分接 触,从而减小球体球度值[7,10]。因此,在压力为15 N/ball时,实验球度值更小,与仿真值差值较大; 在实验过程中,发现磨损沟槽的进一步增加会导致 研磨系统不稳定。长时间、大压力的研磨实验后, 下研磨盘出现部分区域磨损严重。区域严重磨损 会导致球体在研磨过程中受力变化增大,发生直径 变动量增大[14],降低球体精度。实验中,研磨时间 较短,并没有出现严重磨损的情况,但仍影响到了 球体球度,尤其在研磨压力为25 N/ball时,磨损 沟槽较大,研磨稳定性变差,球体球度改善变慢,球 体球度值虽然有所减小,但减小趋势变缓,与仿真 值差值变小。

$$F_{1} = \frac{u(1-u)}{\sqrt{2}(1+u^{2})}F$$

$$F_{2} = \frac{u(1+u)}{\sqrt{2}(1+u^{2})}F$$
(7)

式中 u 为摩擦因数。

对于下盘转速而言,随着下盘转速增加,仿真 与实验的球度值差值由 0.81 µm 增加到 0.82 µm, 再到 0.91 µm,球度值差值变化很小。从图中曲线 可以看出,当下盘转速增加时,在实验与仿真中,球 体球度值都呈下降趋势,且下降趋势基本相同。

对于上盘转速而言,随着上盘转速增加,仿真 与实验的球度值差值由 0.77 μm 增加到 0.78 μm, 再到 0.98 μm。仿真所得球度值与实验所得球度 值差值变化较小,在转速增加过程中,球度值差值 基本保持 0.77~1.00 之间。从研磨球度值下降趋 势而言,随着上盘转速的增大,研磨球度值降低。

对比文献[12]中的数据,发现下盘转动对球体 球度影响不尽相同。通过仿真与研磨实验发现,主 要影响因素为球体原始球度不同。将本文中仿真 模型进行修改,随机数由 0~4 修改为 0~2,即修 改球体原始球度值。虽然仿真与实验的球体球度 仍不一样,但是球度随下盘转速的变化的趋势相同 (如图 4 所示)。因此,球体原始形貌对研磨结果也 有着很大的影响。



图 4 原始球度为 2 µm 时,下盘转速对球度的影响

Fig. 4 Effect of lower lapping plate on sphericity with original sphericity of 2 μm

根据仿真实验与研磨实验的极差分析,将极差 值比例作为各研磨参数对球体球度的影响比例,如 图 5 所示。在研磨实验中,研磨压力所占影响比例 为 53%,上盘转速影响比例为 9%,下盘转速影响 比例为 21%,实验中其他因素所占比例为 17%;在 仿真结果中,研磨压力、上盘转速、下盘转速和其他 因素所占比例分别为 52%,11%,29%,8%。在仿 真与研磨实验中,3个研磨参数影响比例虽然不相 同,但由大到小依次均为研磨压力、下盘转速和上 盘转速。影响比例主要差别在于其他因素方面。



(a)Experimental results of modeling (b)Experimental results of lapping

图 5 各研磨参数对球体球度的影响比例

Fig. 5 Percentage contributions for parameters

在仿真中,由于不考虑研磨实验中球体滑动现象和 受力不均匀现象,其他因素影响比例很小;而实验 中,这两种现象对球体球度的影响较大,所以其他 因素影响较大,以后需要进一步研究。

本文只对研磨压力、研磨盘转速进行了仿真, 研磨加工中还有很多加工参数对研磨结果产生很 大的影响,例如磨粒大小、磨料流量和研磨时间等。 在完善仿真模型过程中,这些参数都应包含在内, 需要在这些方面进行大量的实验。

### 5 结束语

本文通过实验推导了双转盘偏心 V 形槽球体 研磨材料去除公式,并提出了双转盘偏心 V 形槽 研磨方式研磨均匀性定量评价的方法。研磨均匀 性定量评价方法既能考虑研磨中材料去除的影响, 又能将球体原始表面质量影响包含在内。本文使 用正交实验对仿真实验与研磨实验对比,发现研磨 均匀性定量评价方法可以有效预测各个研磨参数 对研磨结果的影响。

实验表明,在研究的3个加工参数中,研磨压 力对球体球度的影响最大,其次是下盘转速,上盘 转速的影响最小,其他因素对球体球度也有着很大 的影响。同时研磨表面粗糙度和研磨材料去除对 研磨都有着很大的影响。

#### 参考文献:

[1] 过希文, 王群京, 李国丽, 等. 永磁球形电机的自适 应反演滑模控制[J]. 南京航空航天大学学报, 2014, 46(1): 59-64.

Guo Xiwen, Wang Qunjing, Li Guoli, et al. Adaptive backstepping sliding mode control in permanent magnet spherical motor [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2014, 46 (1): 59-64.

 [2] 聂兰芳,赵学军. 钢球加工成圆条件及其影响因素 探讨[J]. 轴承, 2001(1):16-18.
 Nie Lanfang, Zhao Xuejun. Forming circle condition and affecting factors in steel ball process[J]. Bearing, 2001(1):16-18.

[3] 朱晨. 两种钢球研磨方式的力学分析[J]. 轴承, 2000 (9): 11-13. Zhu Chen. Mechanics analysis on two kinds of lap-

ping mode of steel balls[J]. Bearing, 2000 (9):11-13.

- [4] 王军,张淳,吴玉厚. 精密陶瓷球研磨加工技术研究
  [J]. 制造技术与机床,1998(9): 34-36.
  Wang Jun, Zhang Chun, Wu Yuhou. Research on lapping processing technology of precision ceramic balls [J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 1998(9): 34-36.
- [5] Zhang B, Uematsu T, Nakajima A. High efficiency and precision grinding of Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> ceramic balls aided by magnetic fluid support using diamond wheels [J].
   JSME International Journal, Series C, 1998,41(3): 499-505.
- [6] Zhang B, Nakajima A. Spherical surface generation mechanism in the grinding of balls for ultra-precision ball bearings [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, 2000, 214 (4): 351-357.
- [7] Kang J, Hadfield M. A novel eccentric lapping machine for finishing advanced ceramic balls[J]. Proc Inst Mech Eng, Part B, 2001, 215(6): 781-795.
- [8] Kang J, Hadfield M. Parameter optimization by Taguchi methods for finishing advanced ceramic balls using a novel eccentric lapping machine [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2001, 215: 69-78.
- [9] Kang J, Hadfield M. The polishing process of advanced ceramic balls using a novel eccentric lapping machine [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2001, 219: 493-504.
- [10] Steven C C. 工程与科学数值方法的 MATLAB 实现
   [M]. 北京:清华大学出版社, 2009.
   Steven C C. Applied numerical method with MAT-LAB[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
- [11] Preston F W. Glass technology [J]. Journal of the Society of Glass Technology, 1927(11): 277-281.
- [12] Lv C C, Sun Y L, Zuo D W. A novel eccentric lapping method with two rotatable lapping plates for finishing cemented carbide balls [J]. International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial and Mechatronics Engineering, 2015, 9 (5):464-471.
- [13] 何改云,宋占杰. 球度误差评定方法的研究[J]. 计量技术,1999(3):16-19.
  He Gaiyun, Song Zhanjie. Study of sphericity error evaluation method [J]. Measurement Technique, 1999(3):16-19.
- [14] Ren Chengzu, Xu Yanshan, Lin Bin, et al. The eccentric circular groove lapping technique for ceramic balls[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1995, 11(4): 21-24.