压电叠堆主动减振的神经网络 PID 实时控制

陈万华1,2 王元兴2 沈 星3 聂旭涛2 黎壮声2

(1. 中国空气动力研究与发展中心空气动力学国家重点实验室,绵阳,621000;

2. 中国空气动力研究与发展中心,绵阳,621000;

3. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室,南京,210016)

摘要:为实现对带有模型尾支杆支撑系统在吹风过程中振动特性的实时控制,以压电陶瓷叠堆为减振元件设计 了尾支杆一体化结构;提出了神经网络 PID(Proportion-integration-differentiation)实时控制方法,建立了该尾支 杆一体化结构的运动方程,推导出神经网络进行系统识别的状态方程,以此为基础进行控制器的设计并基于 Labview 软件编写控制程序;最后在风洞中,对该控制方法的控制效果进行了试验验证。试验表明利用该控制 系统可进行实时控制;对不同风速下激励的振动,控制后的均方根幅值(Root mean square, RMS)减小 55%以 上,且该控制方法具有良好的鲁棒性、可靠性和容错性。

关键词:实时控制;压电陶瓷叠堆;PID 神经网络;主动减振

中图分类号:TP21 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2014)04-0587-07

Neural Network PID Real-Time Control for Active Vibration Reduction Using Piezoceramics Stacks

Chen Wanhua^{1,2}, Wang Yuanxing², Shen Xing³, Nie Xutao², Li Zhuangsheng²

(1. State Key Laboratory of Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyan, 621000, China; 2. China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang, 621000, China;
3. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: To control vibration of support cantilever installed model in real time in wind tunnel, a support cantilever structure integrated with piezoceramics stacks, used as damping elements, is designed. And a neural network proportion-integration-differentiation (PID) real-time control method is proposed. The dynamics equation of the support cantilever is established, and the state equation for system identification is deduced through the neural network. After that, the controller is designed and realized by programming based on Labview software. Finally, the experiments in wind tunnel are implemented to validate the effectiveness of the controlling method. The experimental results indicate that real-time vibration reduction can be executed by the control system. For vibrations excited in wind tunnel at different wind speeds, the root mean square (RMS) amplitudes of vibrations are decreased by more than 55% using the control system in real time. The control method is possessed of robustness, reliability and fault-tolerance.

Key words: real-time control; piezoceramics stacks; PID neural network; active vibration reduction

在大多数的风洞试验中,吹风模型及其支撑系 统构成了一弹性悬臂梁结构,主要包括试验模型、 应变仪天平、尾支杆等(如图1所示)。在吹风试验 时,由于气动力是一宽频激励载荷,很容易引起该 支撑系统产生共振。如果振动幅度过大、频率过高, 这不仅严重影响试验数据的准确性,而且在共振条



件下极可能导致相对脆弱的应变仪天平的损坏,甚 至尾支杆的断裂,给试验带来严重的安全风险及经 济损失。如何针对吹风过程中尾支杆振动特性进行 有效地抑制,是风洞试验中急需要解决的关键问题。 压电陶瓷的出现及振动主动控制方法的提出为解决 这一难题提供了新的思路。压电陶瓷具有响应速度 快、频率范围宽、驱动力大的优点,在不改变尾支杆 主要结构的基础上,通过在局部安装压电陶瓷组件, 利用压电陶瓷的逆压电效应使其产生与尾支杆振动 相反的力矩,从而达到主动减振的目的。

Bailev 等人开启了将压电材料应用于主动减 振的研究[1]。此后众多学者从不同的角度对压电 材料的减振方法进行了研究和探索,主要包括两方 面的内容:一是减振元件压电材料片的位置、尺寸 优化问题^[2];二是对压电片的控制问题。两方面研 究目的是都为了有效地实现利用压电片进行振动 减振。其中对压电片的位置、尺寸优化问题的研究 主要涉及到结构设计方面的研究,朱灯林等人在对 压电片和基板的耦合特性进行分析的基础上,以系 统的存留能量作为目标函数,建立压电智能悬臂梁 压电片的位置、尺寸和控制参数的优化模型,并对 优化结果的动态响应特性进行仿真分析[3]。钱锋 等以零一最优问题来描述致动器/感应器的位置优 化问题,利用遗传算法进行求解,结果表明采用遗 传算法搜索压电致动器/感应器的最优位置十分有 效^[4]。在压电控制研究方面,St-Amant 等建立了 集成压电元件矩形板的频率范围内的理论模型,设 计了包含前馈和反馈的控制模拟器,探讨了在实际 控制中影响系统识别和控制性能的各种因素^[5]。 Caruso 等为了获得更优的控制效果,建立多压电 作动器和传感器的模态模型,基于 H₂ 控制律设计 了用于最小化随机扰动能量的控制器^[6]。Hu等 为克服集成压电作动器圆盘结构系统模型的不确 定性,提出了一种具有鲁棒性的主动控制方法,所 设计的控制器包括标准的线性二次控制器和非线 性控制信号^[7]。Li 等设计了 μ 合成控制器,利用 控制设计过程的不确定权值量化模型中的不确定 性^[8]。Song 等则研究了具有压电作动器与应变传 感器的柔性连杆机构的振动控制,设计了离散

LQG 状态反馈控制器与离散 Kalman 滤波器,以 改善机构的动力学性能^[9]。何丽丽等采用 LQG 控制和鲁棒 H_∞控制技术设计振动主动控制系统, 实现对悬臂梁振动的抑制^[10]。

综合现有压电主动减振的研究,其研究对象多 为集成有压电片作动器和传感器与柔性板或杆,而 以单个或成组压电片作为作动器,其驱动力有 限[11]。对于刚性较大的结构,仅利用压电片作动 器无法输出大的驱动力或力矩,难以达到减振的目 的。现有的控制算法及控制器的设计也是基于压 电片作动器和传感器进行的,且多为理论方面的探 索和验证。对于具有更高驱动力的压电叠堆及其 实时振动控制方面的研究鲜有报道[12-13]。本文针 对吹风模型尾支杆振动特性,以压电叠堆作为减振 元件设计了尾支杆一体化结构;提出了以应变仪天 平信号为反馈的 PID 神经网络的实时控制方法, 基于 Labview 软件编写控制程序;最后在吹风条 件下对该控制方法进行了试验验证,结果表明利用 所设计的结构及提出的控制方法可实现对模型尾 支杆振动实时有效的抑制。

1 系统模型

安装有压电陶瓷叠堆的尾支杆支撑结构如图 2 所示,两组压电陶瓷叠堆作动器布置在尾支杆后 端的上、下处。其主动减振原理是,当结构受到外 部气动力激励产生振动时,利用压电叠堆在电压激 励下产生的驱动力给尾支杆施加相反的弯矩,达到 衰减振动的目的。具体说,当尾支杆向上弯曲时, 激励上方的压电陶瓷叠堆作动器产生作动力,施加 向下的弯矩抑制尾支杆的向上弯曲;反之,当尾支 杆向下弯曲时,下方压电陶瓷叠堆作动器则产生向 上的弯矩以抑制其向下弯曲。



图 2 安装有压电陶瓷叠堆的模型支撑结构

Fig. 2 Supporting struture of model in wind tunnel with piezoceramics stacks

为实现对该结构振动的控制,需建立相应的运动方程。假设整个支撑结构为同种材料,即具有相同的力学特性且为一整体弹性结构。在气动力激励下,其运动方程为

 $M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = -MI\ddot{x}(t) + Ef(t)$ (1) 式中:M,C和K分别为支撑结构的质量矩阵、阻尼 矩阵和刚度矩阵; $\ddot{y}(t),\dot{y}(t),y(t)$ 分别为结构体系 的加速度、速度和位移响应向量;I为n维单位列 向量; $\ddot{x}(t)$ 为气动力运动加速度;E为控制力位置 矩阵;f(t)为主动控制力向量。对于开闭环控制系 统,主动控制力向量f(t)由结构响应 $\ddot{y}(t),\dot{y}(t),$ y(t)和气动力加速度 $\ddot{x}(t)$ 决定,即

 $f(t) = K_b y(t) + C_b \dot{y}(t) + F_b \ddot{x}(t)$ (2) 式中:K_b 为位移响应增益矩阵;C_b 为速度响应增益矩 阵;F_b 为气动力加速度增益矩阵。将式(2)代入式(1) 可得气动力激励下该主动控制结构的运动方程 Mÿ(t)+(C-EC_b \dot{y}(t)+(K-BK_b y(t))=

$$-(\boldsymbol{M}\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}\boldsymbol{F}_{k})\ddot{\boldsymbol{x}}(t) \tag{3}$$

从式(3)可以看出,对于安装有压电叠堆的结构体系,由于主动控制力的施加,其阻尼矩阵、刚度矩阵及外激励力向量都发生了改变,采用闭环控制的目的就是改变结构的刚度和阻尼参数。因此选取合理的位移响应增益矩阵 K_b、速度响应增益矩阵 C_b,确定最优主动控制力,即可实现抑制结构振动响应的目的。

2 神经网络 PID 控制系统

2.1 控制原理

PID 控制是一种线性控制方法,它根据给定值 r(t)与实际输出值y(t)构成控制偏差e(t),即 e(t) = r(t) - y(t)。对偏差e(t)进行比例、积分和 微分运算,将3种运算结果相加,得到 PID 控制器 的控制输出u(t),其原理框图如图3所示。PID 控 制就是通过对3个参数比例系数、积分系数、微分 系数及采样周期的整定以获得所需期望控制输出 值u(k),达到控制振动特性的目的。



图 3 PID 控制系统原理图 Fig. 3 Schematics of PID control system

神经网络 PID 控制就是将 PID 控制结合神经 网络的优点,通过对系统输出性能的影响来调整连 接权值,改变网络中比例、积分和微分作用的强弱, 使系统输出达到期望要求。多阶层神经网络通常 是按误差逆传播(Error back propagation, EBP) 算法进行训练,也称 BP 神经网络。典型的 BP 网 络有 3 层:输入层、中间层(也称隐含层)和输出层, 如图 4 所示。其算法是一种有目标值的学习算法, 当一对学习模式提供给网络后,神经元被激活,从 输入层经中间层向输出层传播,最后由输出层的各 神经元获得网络的输出响应。学习过程包括 4 步: 模式顺传播过程;误差逆传播过程;记忆训练过程; 学习收敛过程。



图 4 BP 神经网络 Fig. 4 Schematic of BP neural network

运用神经网络对结构振动实时控制,需设计神 经网络控制器的在线学习训练模型。在控制器的 训练过程中,结构受气动力激励和控制力的共同作 用,结构的真实响应和气动力激励经传感器传到控 制器和仿真器,控制器预测出控制力传给作动器和 仿真器,而将仿真器输出的结构响应和结构的真实 响应之差作为系统误差,进行控制器训练,直到满 足精度为止。为此需知道受控结构的状态方程,进 行系统的识别。

2.2 系统的辨识

进行系统识别的关键是建立与输入、输出数据 相适应的数学模型。为此本文将该尾支杆结构的 运动方程(即式(1))改为如下的状态方程

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\ddot{\mathbf{x}}(t)$$
(4)

式中: \mathbf{x} (t) = $\begin{pmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{pmatrix}$ 为状态向量; A = $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}$ 为系统矩阵; $B = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix}$ 为 控制力位置矩阵; $F = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{I} \end{bmatrix}$ 为气动力激励位置 矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵。

将式(4)写成离散时刻的状态方程

x(*k*+1) = **Φx**(*k*) + **Γu**(*k*) + **Hx**(*k*) (5) 式中:**x**(*k*) 和 **x**(*k*+1) 分别表示在 *t_k* = *k*Δ*t* 和 *t_{k+1}* = (*k*+1)Δ*t*时刻结构系统的响应,Δ*t* 为采样步 长;**x**(*k*)为 *t_k* 时刻气动力运动加速度;{*u*(*k*)}为 *t_k* 时刻控制力向量。同时

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathrm{e}^{A\Delta t}, \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{B}, \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{F}$$
(6)

式(5) 描述了受控结构系统的响应,给定状态 变量 t_k 时刻的系统响应向量,则可确定 t_{k+1} 时刻系 统的响应向量。采用式(5),利用神经网络可实现 对系统的辨识,通过对实际输入、输出数据的学习, 可将结构系统的特性记忆在网络的连接权上,当提 供给网络的数据与学习模式相似的数据时,控制器 则产生相似的输出。

2.3 神经网络 PID 控制器

神经网络 PID 控制是一个 3 层 BP 网络,输入 层有 2 个神经元,分别输入被控量实测值 y 和期望 值 r;隐含层有 3 个神经元,其输入输出函数分别 为比例(P)、积分(I)、微分(D)函数;输出层有 1 个 神经元,输出对象所需控制量 u。该网络的结构和 连接权值是按照 PID 控制规律的基本原则确定 的,既具有经典 PID 控制器的优点,又具有神经网 络的自学习自调整能力。控制系统结构框图如图 5 所示,各部分的算法介绍如下。





Fig. 5 Schematic of neural network PID control system

2.3.1 前向算法

设 *i*(*i*=1,2),*j*(*j*=1,2,3),*h*(*h*=1)分别代表 输入层、隐含层和输出层。任意采样时刻 *k* 的前向 计算公式如下。

(1)输入层 其输入输出关系为

$$x_i(k) = y_i(k) \tag{7}$$

式中:*x_i*为输入层神经元的输入值;*y_i*为输入层神经元的输出值。

(2)隐含层 隐含层各神经元的输入值计算公 式为

$$x'_{j}(k) = \sum_{i=1}^{2} w_{ij}(k) y_{i}(k)$$
(8)

隐含层各神经元的激活函数有 3 个,分别实现 比例、积分、微分的功能,其输出为

比例元输出

$$y'_1(k) = x'_1(k)$$
 (9)

积分元输出

$$y'_{2}(k) = x'_{2}(k) + y'_{2}(k-1)$$
 (10)

微分元输出

$$y'_{3}(k) = x'_{3}(k) - x'_{3}(k-1)$$
 (11)

式中:x'_j,y'_j分别表示隐含层各神经元输入、输出值;w_{ij}为输入层至隐含层的连接权值。

(3)输出层 其输入为各隐含层全部神经元的 输出值的加权总和,即

$$x''_{h}(k) = \sum_{j=1}^{3} y'_{j} w_{jh}(k)$$
(12)

式中 win为隐含层至输出层的各连接权值。

其输出为

$$y_{h}''(k) = x_{h}''(k)$$
(13)

该输出值就是输入到控制对象的控制量 u(k)。

2.3.2 反传算法

PID 神经网络的学习目标是是使系统输出的 平方和误差为最小(收敛)或在给定的范围内,误差 表达式

$$E = \frac{1}{2} [y(k) - r(k)]^2 \qquad (14)$$

实时控制中,给定一个比较小的量 ε ,若 $E(k) > \varepsilon$,则修改权值;反之,权值不变,权值的修 改按式(15,16)确定。

(1)隐含层至输出层权值 Win 迭代公式为

$$w_{jh}(k+1) = w_{jh}(k) - \alpha \frac{\partial E}{\partial w_{jh}}$$
(15)

(2)输入层至隐含层权值 wij 迭代公式为

$$w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) - \beta \frac{\partial E}{\partial w_{ii}}$$
(16)

式中:α,β表示网络学习速率。

2.4 控制程序流程

神经网络 PID 控制算法程序流程包括:初始 化部分、前向算法部分和反传算法部分,各部分具 体说明如下。

(1)初始化部分

初始化模块包括 PID 神经网络初始权值配置、误差的目标值 $\epsilon = 0.125$ 以及学习速率 $\alpha = \beta = 0.001$ 的设定,对网络的连接权值遵循 PID 控制规 律选取初值。输入层至隐含层初始权值应满足隐 含层输入值为误差 e 的要求;隐含层至输出层参数 在无先验经验的情况下,初始配置为较小的正数。

(2)前向算法部分

前向算法根据期望值 r 以及对象输出值 y,按 照式(7~16),计算隐含层和输出层各值。同时,为 了保证控制量不会过大而超出输出极限使控制效 果发散,或控制信号过小而看不出明显控制效果, 将控制信号乘以适当比例因子,且比例因子可调。

(3)反传算法部分

反传算法的进行与否取决于当前时刻计算得 到的 *E* 与给定的目标值 ε 之间的大小关系,若 *E*> ε,则进行权值修改;反之,则不修改。

控制程序基于 Labview 软件平台编写并进行 调试和运行。

3 试 验

为验证所设计控制器的实时控制效果,制作了 试验装置(见图 6)。试验是在 0.55 m×0.4 m 低 湍流度航空声学风洞中进行,通过吹风激励尾支杆 振动,再利用该控制系统对其振动特性进行控制。 尾支杆振动强弱通过调节风速来实现,采用的风速 分别为 15,20,25,30 m/s。



Fig. 6 Experimental setup

试验装置包括尾支杆安装座(1个)、尾支杆(1 个)、封装压电陶瓷(2个)、飞机模型(1个)、天平(1 个)、应变调理器(2个)、抗混叠滤波器(1个)、压电 陶瓷驱动电源(1个)、示波器(1个)、信号发生器(1 个)及电源(1个)。各线路连接及功能,整个线路 可分为两组:(1)应变调理器、抗混叠滤波器及数采 卡组成的采集线路,目的为了从飞机模型内的天平 获得所需的振动信号并传给工控机;(2)工控机对 接受到的信号进行处理后发出控制信号,再通过数 采卡、抗混叠滤波器、压电陶瓷驱动电源,最后驱动 支杆上的封装压电陶瓷,达到减振的目的。图中电 源是给应变调理器及天平供电,示波器是为了观察 输出控制信号的实时变化。

试验过程为,先开启风洞吹风并调节到一定风速,然后利用控制系统采集部分获得控制前的振动特性。待振动稳定后,开启控制程序,通过对参数的调整,获得了最优参数及稳定的减振效果,减振前后的振动特性可通过程序控制窗口观察。

4 结果及讨论

对吹风条件下对采集到的振动特性数据利用 Matlab 软件进行处理,获得控制前后振幅的均方根 幅值(Root mean square, RMS)(见图 7)及功率谱密 度(见图 8),以更好地进行减振前后效果分析比较。



Fig. 7 Controlled/uncontrolled RMS under different wind speeds



图 8 不同风速下的功率谱密度 Fig. 8 Controlled/uncontrolled power spectral density under different wind speeds

从图 7 可以看出,随着风速的增大,减振前的 尾支杆的 RMS 值也逐渐增大,即飞机模型的振动 特性逐渐增大。控制后的 RMS 值明显减小,在风 速为 15 m/s 条件下,RMS 值减小达 75%;在风速 为 20,25 m/s 条件下,RMS 值减小达 56%;在风 速为 30 m/s 条件下, RMS 值的减小达 55%。另 外,从图中可以看出,不同风速下控制后的振动特 性都比较平稳,表明该控制系统具有一定的稳定 性。但也可看出,控制后的幅值并没达到地面试验 时的减振效果,即减振后波形图几乎为一条直线。 其原因可能是地面试验时,尾支杆的振动是一阶固 有频率振动且没有噪声干扰,而吹风条件下的振动 则不仅包含有一阶固有频率的振动,还包含其他频 率及外界干扰引起的振动。因此利用同样的减振 系统及结构也是仅对一阶频率附近的振动起到减 振作用,而对其他频率的振动则没起到减振作用, 表现在幅值上即为图 7 的现象,减振幅度约 55%。 为了进一步验证分析的正确性,对不同风速条件下 的功率谱密度进行分析。

功率谱密度图(图 8)中第1个明显的峰值对 应一阶固有频率,第2峰值对应工频,第3峰值为 二阶固有频率。观察各图可以看出不同风速下,一 阶频率对应的功率谱密度得到明显的减小,二阶频 率对应的功率谱密度则没有得到减小,而且在一阶 频率与二阶频率之间出了工频信号。其中在 15 m/s风速下,一阶频率下的功率谱密度减小的 幅度最大,风速 20,25 m/s 条件下,减小的幅度次 之,风速为 30 m/s 减小幅度最小,这与控制后的 RMS值一致,即RMS幅值并没得到完全抑制。 工频信号的出现可能是由于外接电源引起的,虽然 工频信号为外界干扰信号,但由于该信号具有稳定 性,因而没有引起控制程序的发散。二阶频率及高 阶频率对应的功率谱密度没有得到减小,这与该结 构在相应频率下的振动模态有关,即二阶或更高阶 振动模态可能为左、右振动或其他方向的振动,因 此仅采用上下两组压电陶瓷叠堆无法达到对所有 模态的减振。综合以上分析,不同风速条件下功率 谱密度可以很好地解释减振前后的 RMS 幅值图, 即控制后的 RMS 幅值减小幅度为 55%~75%,说 明该控制系统主要对一阶频率下的振动实现了有 效抑制,对于更高阶的振动(模态)则没有得到抑 制。但由于一阶模态振动为该结构的主振型,因此 控制后振幅明显得到减小,而且控制效果具有良好 的鲁棒性和可靠性。如要获得更好的减振效果,可 基于本文方法从尾支杆结构、硬件(如6分量天平 应变仪、数采卡等)等方面做综合分析与设计。

5 结束语

为实现对安装有吹风模型尾支杆支撑系统在 吹风过程中振动特性的有效抑制,设计了以压电陶 瓷叠堆为减振元件的尾支杆一体化结构;提出了 PID 神经网路实时控制方法,建立了该尾支杆一体 化结构的运动方程,推导出实时控制的系统识别的 状态方程,以此为基础进行控制器的设计并基于 Labview 软件编写控制程序。不同风速下的吹风 试验表明,该控制系统可实现对具有噪声信号振动 特性的抑制,其 RMS 值减小达 55%以上,且该控 制方法具有良好的鲁棒性、可靠性、容错性,可应用 于工程实际中的实时控制。要获得更好的减振效 果,可利用所提出的方法从尾支杆结构、硬件及控 制程序等方面进行综合分析与设计。

参考文献:

- Bailey T, Hubbard J E. Distributed piezoelectric polymer active vibration control of a cantilever beam[J].
 Journal of Guidance Control, 1985,8(5):605-611.
- [2] Chen Renwen, Tao Baoqi, Chen Yong, et al. Smart structures using piezoelements for active vibration and noise suppression in aviation and aerospace[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1998,15(2):39-44.
- [3] 朱灯林,吕蕊,俞洁. 压电智能悬臂梁的压电片位置、 尺寸及控制融合优化设计[J]. 机械工程学报, 2009, 45(2):262-267.

Zhu Denglin, Lv Rui, Yu Jie. Integrated optimal design of the PZT position, size and control of smart cantilever beam[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009,45(2):262-267.

[4] 钱锋,王建国,曲磊. 压电结构振动控制及压电片位置 优化的遗传算法[J]. 固体力学学报,2011,32(4): 398-404.

Qian Feng, Wang Jianguo, Qu Lei. Optimal placements of piezoelectric patch using genetic algorithm in structure vibration control [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2011,32(4):398-404.

[5] St-Amant Y, Cheng L. Simulations and experiments on active vibration control of a plate with integrated piezoceramics[J]. Thin-Walled Structures, 2000,38: 105-123.

- [6] Caruso G, Galeani S, Menini L. Active vibration control of an elastic plate using multiple piezoelectric sensors and actuators[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2003, 11:403-419.
- [7] Hu Y, Ng A. Active robust vibration control of flexible structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005,288:43-56.
- [8] Li Y Y, Cheng L, Li P. Modeling and vibration control of a plate coupled with piezoelectric material[J]. Composite Structures, 2003,62:155-162.
- [9] Song Yimin, Zhang Ce, Yu Yueqing. Active vibration control of macroscopically smart mechanisms
 [J]. Chinse Journal of Aeronautics, 2005, 18(3): 273-278.
- [10]何丽丽,张京军,王二成,等. 配置压电传感器/驱动器 的柔性结构振动主动控制研究[J]. 机械强度,2010, 32(5):702-706.
 He Lili, Zhang Jingjun, Wang Ercheng, et al. Study of active vibration control for flexible structures with

of active vibration control for flexible structures with piezoelectric sensors/actuators [J]. Journal of Mechanical Strength, 2010,32(5):702-706.

- [11] Lu Xiaobo, Tao Yungang, He Yanwei. Active vibration control of a cantilever beam using piezoelectric sensors and actuators [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1997,14 (1):70-75.
- [12] 田鹏刚,王社良,高宗祺,等.动力荷载作用下压电主 元杆件的动力稳定控制性能研究[J].西安建筑科技 大学学报:自然科学版, 2011,43(2):187-191.
 Tian Penggang, Wang Shel iang, Gao Zongqi, et al.
 Study on the dynamic stability of piezoelectric pivot element bar under dynamical load[J]. Journal of Xi' an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2011,43(2):187-191.
- [13] Li Junbao, Zhang Lingmi. Vibration control of a space truss structure with a piezoelectric active member[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1997,14(2):177-185.