旋翼异形桨叶大变形气弹动力学分析与试验研究

虞志浩1 董凌华1 邓景辉2 杨卫东1

(1. 南京航空航天大学直升机旋翼动力学重点实验室,南京,210016;

2. 中国直升机设计研究所,景德镇,333001)

摘要:采用大变形梁理论建立一种旋翼桨叶气弹动力学分析方法,桨叶应变能分析分解为一维非线性分析和二 维剖面特性分析,将应变能方程中的广义应变用桨叶参考轴线处弹性运动表示,保留所有非线性项,推导出的桨 叶大变形应变能公式在气弹分析中使用更为方便。集成惯性力与气动力计算模型形成气弹分析方法。异形桨叶 模态试验的计算结果与试验测试结果以及国外大变形梁试验结果的比较,验证了本文结构模型的正确性。计算 了旋翼的气弹稳定性,研究了异形桨叶几何参数对旋翼桨叶气弹稳定性的影响,计算结果表明了分析方法的有 效性,分析精度得以明显提高。

关键词:旋翼;气动弹性;大变形;稳定性;非线性 中图分类号:V211.47 文献标识码:A 文章编号:1005-2615(2011)03-0312-06

Analysis and Experimental Study on Aeroelasticity of Rotor with Special-Shaped Blade Using Large Deflection Theory

Yu Zhihao¹, Dong Linghua¹, Deng Jinghui², Yang Weidong¹

(1. Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics Laboratory, Nanjing University of Aeronautics

& Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Chinese Helicopter Research and Development Institute, Jingdezhen, 333001, China)

Abstract: Aeroelastic model is developed using large deflection theory. Based on the two-dimensional cross-section analysis and one-dimensional nonlinear beam analysis, the strain energy in the composite rotor blade is deduced. The generalized strains are expressed by the variables describing the elastic motion of a reference line along the axis of the rotor blade, and all the nonlinear terms are included in the formulation. The kinetic energy and aerodynamic force are also incorporated. To verify the correctness of the analysis result, a special-shaped blade mode test is conducted. Correlations between the analysis results and the experimental data from Princeton beam test and Minguet's composite beam experiments also show that this method is valid for large deflection analysis of composite rotor blades. Aeroelastic analysis of helicopter rotor and influence study of blade sweep are implemented.

Key words: rotor; aeroelasticity; large deflection; stability; nonlinear

直升机桨叶结构模型是研究旋翼气动弹性问题的重要基础。为改善旋翼的气动特性,随着新材料和新工艺的发展与应用出现了各种异形桨叶。这些桨叶几何外形复杂,有更大的负扭转角,后掠和下反的区域更大。复杂的几何形状在改善桨叶气动

特性的同时使得桨叶旋转状态气动力与弹性变形 间耦合更严重,桨叶弹性变形较为显著。异形桨叶 较大的弹性变形使得结构耦合也显著增强^[1],这些 问题对旋翼的响应与载荷计算以及稳定性计算等 都会产生影响。

收稿日期:2010-11-16;修订日期:2011-03-14

通讯作者:杨卫东,男,教授,博士生导师,1967年生,E-mail:ywdae@nuaa.edu.cn。

旋翼动力学建模中为体现弹性变形的影响,一 般采用中等变形梁模型,在建立气弹方程时采用阶 次准则对方程中变形的高阶量进行了截断,当变形 幅度较为显著时截断的高阶量对方程的准确性产 生影响^[2-3]。

针对中等变形梁的使用限制,国内外对大变形 梁模型开展了大量的研究,建立了多种适用于大变 形分析的应变能计算模型^[4-6]。理论计算与试验结 果对比也验证了这些模型的正确性。但由于建立的 方程以广义应变为变量,而气弹分析中动能和气动 力功的表达式以桨叶弹性变形量来表达,因而在旋 翼气弹分析中直接应用这些大变形模型较为困难。

本文采用大变形梁理论^[6]建立一种旋翼桨叶 气弹分析方法。引入桨叶弹性变形和欧拉角的非线 性转换关系^[7-8],将广义应变表示的应变能用桨叶 弹性运动展开,使所得到的应变能方程便于在气弹 分析中应用。进一步推导得到欧拉角导数和变分项 与桨叶弹性运动之间的关系,建立更准确的动能和 气动力功表达式。应变能方程与动能方程及气动力 方程集成形成旋翼气弹分析方法,计算结果通过与 异形桨叶模态试验结果的对比验证了变形与欧拉 角非线性转换的准确性,并研究了旋翼的气弹稳定 性以及异形桨叶几何参数对气弹稳定性的影响。

1 旋翼的气弹模型

带预扭的一段旋翼桨叶,轴线 *x* 处剖面上一点 (η,ζ)在桨叶产生弹性变形后应变表示为

$$e_{11} = \overline{e}_{11} - \kappa_z \eta + \kappa_y \zeta + \frac{1}{2} \kappa_x^2 (\eta^2 + \zeta^2) + 2\theta'_t (\zeta \overline{e}_{12} - \eta \overline{e}_{13}) + \theta'_t \kappa_x^2 (\zeta \lambda_\eta - \eta \lambda_\zeta)$$
(1a)
$$2e_{12} = 2 \overline{e}_{12} + (\lambda_\eta - \zeta) \kappa_x$$
(1b)

 $2e_{13} = 2 \overline{e}_{13} + (\lambda_{\zeta} + \eta)\kappa_x \qquad (1c)$

表达式包含翘曲的影响,翘曲函数为 $W_1 = \lambda \phi', \lambda_\eta$ 和 $\lambda_s 分别为\partial \lambda/\partial \eta$ 和 $\partial \lambda/\partial \zeta_o$ 其中 ϕ 为桨叶轴线的弹性扭转, θ_t 为桨叶预扭角, $\overline{e_{ij}}$ 和 $\kappa = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ 为广义力 应变和力矩应变^[6]。

根据本构关系,可以得到桨叶的应变能表达式 为

$$\delta U = \int_{0}^{l} \int_{A} (\delta \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma}) \mathrm{d}A \mathrm{d}x =$$
$$\int_{0}^{l} \int_{A} \begin{pmatrix} \delta \ \boldsymbol{\bar{e}}^{\mathrm{T}} \\ \delta \ \boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_{11} & \boldsymbol{H}_{12} \\ \boldsymbol{H}_{21} & \boldsymbol{H}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\bar{e}} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} \mathrm{d}A \mathrm{d}x \qquad (2)$$

其中A为桨叶剖面的面积,l为桨叶长度。为便于 在旋翼气弹分析中采用方程(2),需要用桨叶轴线 弹性变形表示广义力和力矩应变

$$\begin{aligned} \gamma &= (\bar{e}_{11}, 2 \, \bar{e}_{12}, 2 \, \bar{e}_{13})^{\mathrm{T}} = \\ \mathbf{C}(1 + u', v', w')^{\mathrm{T}} - (1, 0, 0)^{\mathrm{T}} \quad (3) \\ \mathbf{\kappa} &= \mathbf{K} - \mathbf{k} \end{aligned}$$

其中 u,v 和 w 分别为桨叶沿拉伸、摆振、挥舞方向 的变形。广义力应变中C 为变形后坐标系向变形前 坐标系的转换矩阵,其中绕z 轴、y 轴、x 轴三次转 动的欧拉角分别为ξ,β 和θ。广义力矩应变中K 和 k 对应的反对称张量分别表示为

$$\widetilde{k} = C_P (C_P^{\mathrm{T}})^{\prime}$$
(5)

$$\widetilde{\boldsymbol{K}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{\prime} \tag{6}$$

其中*C_P*为无预扭坐标系到变形前坐标系的转换矩阵。

桨叶轴线 *x* 处剖面上一点(η, ζ)变形后的位置 表示为

$$\boldsymbol{R} = (x + u, v, w)^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(0, \eta, \zeta)^{\mathrm{T}} +$$

$$\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}_1, \boldsymbol{W}_2, \boldsymbol{W}_3)^{\mathrm{T}}$$
(7)

该式对时间求导数可得速度V的表达式,动能可以 表示为

$$\delta T = \int_{0}^{l} \int_{A} \rho(\delta \boldsymbol{V}^{\mathrm{T}})(\boldsymbol{V}) \mathrm{d}A \mathrm{d}x$$
 (8)

气动力虚功表示为

$$\delta W = \int_{0}^{l} \int_{A} (\delta \mathbf{R}^{\mathrm{T}}) (F_{A}) \mathrm{d}A \mathrm{d}x \qquad (9)$$

旋翼桨叶运动方程可由 Hamilton 原理得到

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W) \mathrm{d}t = 0 \tag{10}$$

以上表达式未对变形幅度进行限制,可以描述 桨叶大变形状态的应变能、动能及气动力虚功。

2 变形与欧拉角的非线性转换

旋翼气弹分析中采用方程式(2,8,9)时需要对转换矩阵C中的欧拉角用桨叶轴线弹性变形展开。 中等变形梁理论假设变形幅度为小量,对高阶项进 行了截断,得到适合于中等变形的旋翼气弹动力学 方程。

由桨叶弹性变形与欧拉角之间的几何关系^[9] 也可以导出一组未采用阶次截断的表达式

$$\sin\beta = \frac{w'}{s'} \tag{11a}$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - (\sin\beta)^2}$$
(11b)

$$\sin\xi = \frac{v'}{\sqrt{s'^2 - w'^2}}$$
(11c)

$$\cos\xi = \sqrt{1 - (\sin\xi)^2} \qquad (11d)$$

$$\theta = \theta_t + \phi - \int_0^x \hat{\xi}' \sin\beta \mathrm{d}x$$
 (11e)

其中:w',v'和s'表示对桨叶轴向坐标x的偏导数,

s'表示为

$$s' = \sqrt{(1+u')^2 + v'^2 + w'^2}$$
(12)

在桨叶弯曲变形的剖面旋转小于 90°的情况 下,式(11)能准确表示欧拉角和弹性变形之间的关 系。

为使最终表达式更为简洁,桨叶轴线的弹性伸长u。表示为

$$u_e = s' - 1 \tag{13}$$

与桨叶轴线轴向变形的关系为

$$u = u_{e} + \int_{0}^{x} \left[\sqrt{(1+u_{e})^{2} - v^{2} - w^{2}} - 1 - u_{e} \right] \mathrm{d}x$$
(14)

由应变能、动能及气动力虚功的表达式可以发现, 除需要对欧拉角进行式(11)的展开,还需要得到欧 拉角的变分项、对轴向坐标*x*的偏导数项及对时间 的导数项。由式(11)求变分、对*x*求偏导数和对时 间求导,可以导出所需变量的表达式。以β为例

$$\beta' = \frac{-1}{s'C_{\beta}} (S_{\beta} - 1) \begin{pmatrix} u''_{e} \\ w'' \end{pmatrix}$$
(15a)

$$\delta\beta = \frac{1}{s'C_{\beta}}(S_{\beta} - 1) \begin{pmatrix} \delta u'_{e} \\ \delta w' \end{pmatrix}$$
(15b)

$$\dot{\beta} = \frac{-1}{s'C_{\beta}} (S_{\beta} - 1) \begin{pmatrix} \dot{u'}_{e} \\ w' \end{pmatrix}$$
(15c)

$$\ddot{\beta} = \frac{-1}{s'C_{\beta}} (S_{\beta} - 1) \begin{pmatrix} \ddot{u'}_{e} \\ \ddot{\upsilon'} \end{pmatrix} + \frac{\dot{u'}_{e}}{s'^{2}C_{\beta}} (S_{\beta} - 1) \begin{pmatrix} \dot{u'}_{e} \\ \dot{\upsilon'} \end{pmatrix} - \frac{\dot{\beta}}{s'C_{\beta}^{2}} (1 - S_{\beta}) \begin{pmatrix} \dot{u'}_{e} \\ \dot{\upsilon'} \end{pmatrix}$$
(15d)

由式(15)中可以看出,与中等变形梁不同,本 文的欧拉角相关变量表达式是逐级代入数值递推 得到的。

应变能方程中的广义应变以及动能、气动力功 表达式中的欧拉角及其导数采用式(11)和式(15) 转换后可由桨叶的弹性变形变量*u*,*v*,*w*和 *p*来表 示。气弹分析模型中动能和气动力功的方程也是以 弹性变形变量来表示的,所以经以上方法转化的应 变能可以在气弹分析模型中使用。

3 气弹方程及求解

由Hamilton 原理式(10),代入式(2,8,9),得到 桨叶运动方程,采用式(11,15)将运动方程转换为关 于桨叶轴线弹性变形的方程。由于在方程变量的变 换过程中未假设变形幅值为小量,也未进行阶次截 断,所以方程可以反应桨叶的大变形。

方程转换中逐级代入变量的数值,对方程进行 逐级展开。将动能表达式中加速度项的系数矩阵单 独提取出来,动能其余部分和应变能、气动力虚功 均表示为非线性广义力的形式

$$\delta(\boldsymbol{u}_{0} \quad \boldsymbol{u}_{1} \quad \boldsymbol{u}_{2})^{\mathrm{T}} \left[(\boldsymbol{M}^{*}) \begin{pmatrix} \ddot{\boldsymbol{u}}_{0} \\ \ddot{\boldsymbol{u}}_{1} \\ \ddot{\boldsymbol{u}}_{2} \end{pmatrix} - \boldsymbol{F}_{NL}^{*} \right] = 0 \quad (16)$$

其中

$$\boldsymbol{u}_{0} = (\boldsymbol{u}_{e} \quad \boldsymbol{v} \quad \boldsymbol{w} \quad \boldsymbol{\phi})^{\mathrm{T}}$$
(17a)

$$\boldsymbol{u}_{1} = \begin{pmatrix} u'_{e} & v' & w' & \phi' \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(17b)

$$\boldsymbol{u}_2 = \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}''_e & \boldsymbol{v}'' & \boldsymbol{\omega}'' & \boldsymbol{\phi}'' \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(17c)

采用有限元进行离散,桨叶气弹方程形式最终可表 示为

$$\delta \boldsymbol{q}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{M} \boldsymbol{\ddot{q}} - \boldsymbol{F}_{NL}) = 0 \qquad (18)$$

其中 q 为节点自由度。当气动力采用动力入流模型、桨叶根部安装非线性粘弹阻尼器等情况下,在式(18)基础上需要添加相应的一阶微分方程。此外处理桨叶的后掠、下反时借助多体系统动力学的概念将桨叶在转折处划分为多个子段,每段端点设立一刚体坐标,分段建立如式(18)的气弹方程。子段端点受到前一段最后一节点的约束,由两点处的运动协调条件消除非独立的刚体自由度。最终表示为一阶微分方程的形式如下

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & & \\ & \mathbf{I} & \\ & & \mathbf{M}_{\lambda} \end{bmatrix} \{ \dot{\mathbf{y}} \} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{NL} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{F}_{\lambda} \end{bmatrix}$$
(19)

其中状态量 $y = (\dot{q} \quad q \quad \lambda)$,λ为增加的一阶微分方 程的变量。为避免在求解中削弱高频特性的影响, 采用直接数值积分方法由式(19)求解旋翼桨叶的 气弹响应,再由响应分析气弹稳定性。积分方法采 用隐式 Runge-Kutta 法,单步内非线性方程迭代采 用拟牛顿法。

4 试验测试与模型验证

基于上述模型及公式,研究开发了可用于旋翼 异形桨叶气弹动力学分析的程序。为验证建模及计 算程序的正确性,将异形桨叶模态试验、国外大变形 梁静力试验结果与程序计算结果进行了比较。此外 还进行了旋翼气弹稳定性分析,研究了异形桨叶的 大范围后掠对气弹特性的影响并进行了数值分析。

4.1 复合材料异形桨叶模态试验与分析

复合材料异形桨叶模态试验中测试的桨叶带 有 32. 2°负扭转,展向 72%以内有前掠,72%以外有 较大的后掠角。桨叶如图1所示,分别为桨叶俯视 图和从桨叶后缘向前看的视图,可以看到桨叶明显 的前掠和后掠以及预扭。部分桨叶剖面质量刚度分 布列于表1。



图 1 桨叶几何外形

部分桨叶剖面刚度与质量分布表 表1

单元长度/挥舞刚度/摆振刚度/扭转刚度/ 质量/ 扭转惯性距/					
mm	$(N \cdot m^2)$	$(N \cdot m^2)$	$(N \cdot m^2)$	$(kg \cdot m^{-1})$	(kg • m)
28.0	3 470.1	36 055	2 213.7	4.340 2	0.002 46
92.0	2 024.2	28 871	1 613.7	1.933 2	0.002 04
258.3	995.82	32 629	1 038.4	1.377 2	0.002 10
205.6	812.11	53 296	883.43	1.050 2	0.002 65
76.2	722.03	58 969	819.41	0.957 83	0.003 01
60.0	645.26	56 031	735 084	1.713 4	0.002 43
56.9	258.48	24 580	364.14	0.733 98	0.001 56
68.0	133.78	19 544	200.52	0.563 28	0.001 84
55.0	16.231	21 367	60.027	0.235 62	0.001 89

图 2(a) 所示为桨叶实物, 试验中桨叶为自由-自由边界条件,自桨根沿桨叶展向在靠近前缘和后 缘的位置布置19对测试点,传感器位于第14对测 点的前缘测点上,如图2(b)所示。



(a) 异形桨叶



图 2 复合材料桨叶频率测试试验

采用LMS 系统采集和处理数据,测试点的空 间位置在LMS 系统中进行建模,设置测点处坐标 系的方向,结果如图3所示。



测点空间分布 图 3

每片桨叶共进行两组试验,一组力锤垂直桨叶 翼型的弦向对测点依次激振,传感器采集垂直弦向 的响应,力信号与响应信号通过LMS 系统采集和 处理,试验得到的模态在表2中标记为F。另外一组 力锤沿桨叶翼型的弦向对前缘测点依次激振,传感 器采集弦向的响应,试验得到的模态在表2中标记 为C。采用本文所建立的结构模型对该桨叶进行固 有特性分析,频率的计算值列于表2中,图4~7给 出了桨叶的振型,虚线表示未变形桨叶的空间位 置,实线为对应阶次的振型。一阶模态以一阶挥舞 为主,二阶模态以二阶挥舞为主,三阶模态以一阶 扭转为主,四阶模态以三阶挥舞为主。



图4 一阶振型

由表2可以看出,桨叶试验的结果分布较为集 中,桨叶的固有特性基本一致,计算值与试验结果 吻合,验证了本文所建的旋翼结构模型。此外由桨 叶的空间振型图可以看出,这种带由大预扭和大范

Hz

模态测试与理论分析结果 表 2

桨叶1频率 桨叶2频率 桨叶3频率 阶次 计算频率 F С F С С F 1 113.576 113.575 112.696 112.749 112.420 112.472 112.420 2 262.669 263.332 261.042 261.607 261.288 261.918 264.599 3 344.719 346.334 340.185 343.162 344.865 317.847 341.824 4 451.912 450.870 444.904 443.881 445.650 444.827 451.066



图7 四阶振型

围后掠的异形桨叶弯曲变形和扭转变形有明显的 耦合,对气弹分析所采用的结构模型也有更高的要求。

4.2 静变形分析

选取国外Princeton 梁^[10]和Minguet 复合材料 梁^[4]静变形试验的模型参数以及试验数据,进一步 验证本文旋翼结构模型大变形状态的计算结果,采 用本文所建模型进行计算,并与试验结果对比。

图 8 和 9 为 Princeton 梁在不同加载角下的挥 舞位移以及剖面弹性扭转角。图 10 为 Minguet 的 [45/0]。3i铺层的复合材料梁在-45°加载角时,施加







图 10 [45/0]₃, 铺层复合材料梁-45°加载角挥舞摆方 向位移

不同载荷挥舞和摆振方向的位移。计算值与试验结 果对比可以看出,在大变形状态本文所建模型能反 映出变形的非线性,可以得到正确结果,所采用变 形的非线性转换关系处理大变形是有效的。

4.3 气弹稳定性分析

采用本文建立的气弹动力学分析方法对悬停 旋翼气弹稳定性进行分析,研究桨叶后掠对稳定性 的影响。旋翼参数和试验值取自Dawson^[11]旋翼气 弹稳定性试验。由气弹方程式(19)通过直接数值积 分求解旋翼桨叶的响应,由响应识别出摆振阻尼 比。

图 11 给出了一阶摆振阻尼随总距的变化。与 试验结果对比可以看出本文计算结果具有良好相



关性,总距增加后,精度优于中等变形梁模型¹²³分 析的结果。

考虑后掠对旋翼气弹稳定性的影响,桨叶剖面 特性参数仍然取自 Dawson 旋翼气弹稳定性试验, 图 12 给出了不同总距下摆振阻尼随桨叶外段后掠 角θ。的变化。图13 给出了总距6°不同后掠段长度摆 振阻尼随后掠角的变化。



图 12 不同总距摆振阻尼随后掠角变化(后掠段 10% 半径)



图 13 不同后掠区域摆振阻尼随后掠角变化(总距 θ₇₅=6°)

由图可知,旋翼桨叶后掠角度以及后掠区的大 小对桨叶气弹稳定性有影响。后掠角度增加和后掠 段增大都会使摆振阻尼减小,减小了旋翼摆振运动 的稳定裕度。

5 结束语

本文采用大变形梁理论建立一种旋翼桨叶气 弹动力学分析方法。结构建模中利用桨叶弹性变形 和欧拉角的非线性转换关系,将广义应变表示的应 变能用桨叶弹性运动展开,所得到的模型便于在气 弹分析中应用。在此基础上建立适合于旋翼异形桨 叶的气弹分析模型。

计算结果与复合材料异形桨叶模态试验及国 外大变形梁试验的对比验证了分析方法的正确性。

采用本文建立的气弹动力学分析方法对悬停旋

翼气弹稳定性进行分析,与试验结果对比具有良好 相关性,计算精度优于中等变形梁计算结果。研究 了异形桨叶常见的大后掠对稳定性的影响,后掠角 增加和后掠区域增大,摆振的稳定裕度减小,这种 影响对稳定裕度较小的无轴承旋翼不利。

参考文献:

- Yu W, Hodges D H. Generalized Timoshenko theory of the variational asymptotic beam sectional analysis[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2005, 50(1):46-55.
- [2] Saberi H, Khoshlahjeh M, Ormiston R A. Overview of RCAS and application to advanced rotorcraft problems[C]// AHS 4th Decennial Specialist's Conference on Aeromechanics. Washington D C: AHS International, 2004: 455-495.
- [3] Lim I G, Lee I. Aeroelastic analysis of bearingless rotors using large deflection beam theory[J]. AIAA Journal, 2007, 45(3): 599-606.
- [4] Minguet P, Dugundji J. Experiments and analysis for composite blades under large deflections Part I : static behavior [J]. AIAA Journal, 1990, 28(9): 1573-1579
- [5] 石庆华, 向锦武. 大变形薄壁复合材料旋转梁静动 态特性分析 [J]. 工程力学, 2008, 25(1): 86-91.
- [6] Hodges D H. Nonlinear composite beam theory[M]. Virginia:AIAA, 2006:103-140.
- Johnson W. Rotorcraft dynamics models for a comprehensive analysis [C]// AHS 54th Annual Forum.
 Washington D C: AHS International, 1998: 452-471.
- [8] 王益锋,王浩文,高正.一种复合材料柔性梁的响应 计算方法[J].南京航空航天大学学报,2008,40 (2):180-184.
- [9] 邓景辉. 直升机先进旋翼气弹稳定性研究[D]. 南京: 南京航空航天大学航空宇航学院,2009:75-77.
- [10] Hopkins A S, Scientist R, Ormiston R A, et al. An examination of selected problems in rotor blade structural mechanics and dynamics [J]. Journal of the American Helicopter Society, 2006, 51(1):104-125.
- [11] Dawson S. An experimental investigation of the Stability of bearingless model rotor in hover [J]. Journal of the American Helicopter Society, 1983, 28 (4): 29-34.
- [12] Bir G, Chopra I. University of Marrland advanced rotorcraft code (UMARC) theory manual[R]. UM-Aero report, 92-02, 1992.