

DOI:10.16356/j.1005-2615.2025.01.005

基于多体系统理论的砂型 3D 打印机关键几何误差分析

李嵩松^{1,2}, 刘思琦², 马 蓄², 庞瑞峰³, 刘晓亮³, 侯明鹏¹

(1. 中国机械科学研究总院, 北京 100015; 2. 北京金隅科技学校, 北京 102403;

3. 北京京城增材科技有限公司, 北京 101116)

摘要: 铸造砂型打印机用于加工高精度砂型零件, 为了研究铸造砂型 3D 打印机几何精度对打印砂型零件成品精度的影响, 可以通过多体系统理论, 建立砂型 3D 打印机的拓扑结构模型和 21 项几何误差模型。鉴于不同的误差项目与零件打印加工要素之间的契合程度不同, 其对不同零件打印加工要素的作用力度存在显著差异。因此, 本文提出一种通过识别典型零件打印加工要素的几何误差并对 3D 打印机进行精度补偿的方法。砂型 3D 打印机可完成的打印零件要素, 如圆球、圆锥台、菱形台和矩形台等即为典型打印加工要素。基于误差灵敏度对这些典型打印加工要素进行分析, 实现对打印机关键几何误差的识别。识别方法模型在 JCAM-JC1218 砂型打印机上进行了实验验证, 验证得到的关键几何精度灵敏度影响因子累加普遍大于 90%。结果表明, 该识别方法在真实设备实验条件下具有较高的准确性和可靠性, 能够有效地捕捉到关键几何精度的灵敏度影响因子, 为砂型打印机性能的进一步优化提供了强有力的数据支撑。

关键词: 砂型 3D 打印; 零件加工要素; 几何精度; 多体系统理论; 精度补偿

中图分类号: TH161.21

文献标志码: A

文章编号: 1005-2615(2025)01-0055-11

Analysis of Key Geometric Errors of Sand Mold 3D Printers Based on Multi-body System Theory

LI Songsong^{1,2}, LIU Siqi², MA Qiang², PANG Ruifeng³, LIU Xiaoliang³, HOU Mingpeng¹

(1. China Academy of Machinery Science and Technology Group Co., Ltd., Beijing 100015, China; 2. Beijing Jinyu

Polytechnic, Beijing 102403, China; 3. Beijing Jingcheng Additive Manufacturing Co., Ltd., Beijing 101116, China)

Abstract: The sand mold 3D printer for casting is used to process high-precision sand mold parts. In order to study the influence of the geometric precision of the sand mold 3D printer for casting on the finished product precision of the printed sand mold parts, the topological structure model and the 21-item geometric error model of the sand mold 3D printer can be established through the multi-body system theory. The degrees of fit between different error items and the part printing and processing elements vary, which leads to significant differences in the influencing forces of these error items on different part printing and processing elements. Therefore, the paper proposes a method model for identifying the geometric errors of the typical part printing and processing elements and performing precision compensation on the 3D printer. When considering the processing elements of the sand mold 3D printer, we select the typical parts that the printer can fabricate. For example, spheres, truncated cones, rhombic platforms and rectangular platforms are typical printing and processing elements. Based on the error sensitivity, an analysis of these typical printing and processing elements is carried out, and then the identification of the key geometric errors of the printer is achieved. The identification method model has been experimentally verified on the JCAM-JC1218 sand mold printer. The

收稿日期: 2024-10-10; 修订日期: 2024-12-25

通信作者: 李嵩松, 男, 高级工程师, E-mail: 124988890@qq.com。

引用格式: 李嵩松, 刘思琦, 马蓄, 等. 基于多体系统理论的砂型 3D 打印机关键几何误差分析[J]. 南京航空航天大学学报(自然科学版), 2025, 57(1): 55-65. LI Songsong, LIU Siqi, MA Qiang, et al. Analysis of key geometric errors of sand mold 3D printers based on multi-body system theory[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics (Natural Science Edition), 2025, 57(1): 55-65.

accumulated influence factors of the key geometric precision sensitivity obtained from the verification are generally greater than 90%. This result indicates that the identification method has high accuracy and reliability under the experimental conditions of real equipment, and can effectively capture the influence factors of the key geometric precision sensitivity, providing strong data support for the further optimization of the performance of the sand mold printer.

Key words: sand mold 3D printing; part processing elements; geometric precision; multi-body system theory; precision compensation

随着高端装备制造业关键零部件朝大型化、复杂化和结构功能一体化发展,结构轻量化^[1]的发展势在必行。为实现结构轻量化,钛、镁、铝等各类轻质合金材料的应用日趋广泛。航空航天领域中应用轻质合金材料的大型轻量化薄壁件和发动机壳体等合金铸件对铸造成形的质量要求也越来越高。与高质量铸件相应的铸造工艺和砂型 3D 打印设备的精度和效率要求也越来越高。砂型打印设备整机精度、打印效率、成形砂型零件精度等是亟待解决的关键问题。

国内学者已对 3D 打印零件精度展开相关研究。任洪稳等^[2]研究砂型自适应切片算法,实现了不同曲率轮廓立体光刻文件(STereoLithography File, STL)模型高精度分层,提高了砂型打印成形精度和成形效率。强惠等^[3]对多材料砂型层间加热与压实整体成形工艺进行了研究,提高了多材料复合砂型零件的尺寸精度和性能。胡央央等^[4]在多材料砂型一体化共面铺砂工艺的研究中实现了多材料砂型增材制造多区域定量均匀铺砂。郭永斌等^[5]研究喷头波形对墨滴直径与速度的影响,从而分析其对砂型成形精度的作用。

在 3D 打印设备的几何误差模型方面,国内进行的研究主要集中在熔融沉积成形(Fused deposition modeling, FDM)工艺桌面式 3D 打印机的几何精度。大型铸造砂型 3D 打印机虽然在几何精度方面研究较少但可以借鉴大型机械加工设备几何精度建模方面的研究成果。

在大型机械加工设备几何误差动态建模的范畴内,国内外诸多学者围绕该主题进行了研究。国外的研究者们先后提出了如齐次坐标变换矩阵^[6-8]、螺旋原理^[9-10]以及指数模式^[11]等方法用以构建误差动态模型。在关键几何误差的辨识方面, Lee 等^[12]以零件成形理论为基础理论,针对设备制造误差范畴内的设备空间几何精度,就其影响因素展开了全方位的剖析与探讨。贺甲等^[13]提出了一种基于休斯敦方法的对 H 形框架结构机械手误差分析方法。刘又午等^[14]运用多体系统理论构建了描述机床拓扑结构的有效方法,搭建了数控机床基础几何精度模型。粟时平^[15]借助低序体阵列描述

多体系统拓扑结构,使用特征矩阵准确描述机床各部件的空间位姿,构建了较为通用的多轴机床几何精度模型,得到了高效、精准的误差补偿算法。张荐棋^[16]基于多体系统理论建构了重型龙门立式车床的几何误差模型、低序体阵列及其几何误差传递矩阵。孟晓华等^[17]通过齐次坐标变换在工件坐标系下,根据旋转轴几何精度别结果,运用多体系统理论构建车铣复合机床空间误差模型。吴剑波等^[18]基于齐次坐标变换与切比雪夫多项式,构建了大型龙门铺丝机的空间几何精度模型,实现了非切削类机床设备几何精度建模。袁茂强等^[19-20]应用多体系统理论对应用 FDM 工艺的 3D 打印机进行了几何误差建模,FDM 工艺的 3D 打印机相对于多轴联动机床较为简单,而作为典型的多体结构可以运用多体系统理论来进行几何精度建模。所建立的几何精度模型对 3D 打印机的精度误差具有参考价值。

依据过往研究成果,作为 H 形结构应用代表的铸造砂型 3D 打印机整机共有 21 项几何误差^[21]。倘若对全部几何误差进行补偿,检测、计算的工作量是巨大的。由此可见,识别并有针对性地补偿砂型 3D 打印机整机的关键几何误差,对于提升砂型零件的打印精度以及提高铸造零件的几何精度具有较大的实际意义。

本文针对大型铸造砂型 3D 打印设备,创新性地提出一种基于多体系统理论的关键几何误差分析方法。首先,依据零件结构的典型特征,将典型零件打印分解为矩形台、正菱形台、圆锥台以及圆球这 4 个具有代表性的打印加工要素。接着,以多序体动力学原理为依据,构建砂型 3D 打印机整机的体积误差模型。然后进行实体实验,通过对整机进行检测,获取其全部几何误差数据,随后采用 Kim 等^[22]所提供的三次多项式拟合方式,搭建砂型 3D 打印机整机的几何误差模型。最后,结合上述 4 种具有代表性的打印加工要素对应的打印喷头运动轨迹,对关键几何误差逐个进行深度剖析,从而为提高铸造砂型 3D 打印机的精度与性能提供有力的理论支撑与实践引导。

1 误差矢量模型

1.1 砂型 3D 打印机的结构标定

铸造砂型 3D 打印机属于典型的多刚体构造,由底座砂箱 A、整体框架 B、打印横梁 C、打印喷头 D、砂箱移动托板 E、辅助铺砂器 F 以及驱动各个部件的进给电机组成,其中砂箱内底板能沿导轨完成上下运动,定义为 Z 轴,驱动底板运动的电机为 Z 向电机;整体框架顶端安装直线导轨和滚珠丝杠,打印横梁沿整体框架的直线导轨进行往复运动,定义为 Y 轴,驱动打印横梁运动的电机为 Y 向电机;打印横梁下端安装直线导轨和丝杠,打印喷头沿直线导轨进行往复运动,定义为 X 轴,驱动打印喷头运动的电机为 X 向电机。打印机具有运动速度快与定位精度高的特点。设备的结构示意图如图 1 所示,砂型 3D 打印机为高架横梁移动结构,包含 X/Y/Z 这 3 个平动轴,其中 X 轴包含 X_0/X_1 两个运动轴。X 轴、Y 轴、Z 轴均属于打印运动链。

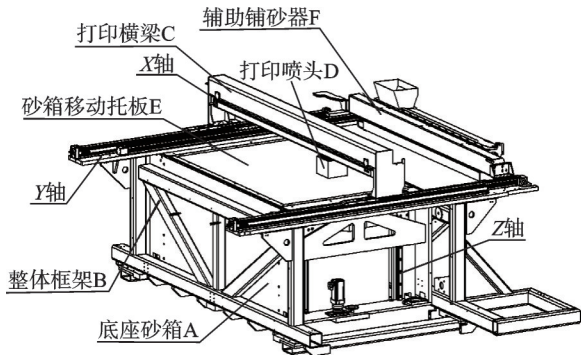


图 1 铸造砂型 3D 打印机结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of the structure of the sand mold 3D printer for casting

根据多体系统理论对砂型打印机机械结构进行拓扑结构分析,整体框架与底座固定连接为整体,底座砂箱 A 的几何中心为原点建立参考坐标系 0, Y 向进给电机带动的打印横梁 C 几何中心为原点建立坐标系 1,以 X 向进给电机带动的打印喷头 D 几何中心为原点建立坐标系 2, Z 向进给电机带动的砂箱托板 E 几何中心为原点建立坐标系 3。其中典型体 1 可实现相对于参考坐标系 0 的 Y 向运动,典型体 2 可实现相对于典型体 1 的 X 向运动,典型体 3 可实现相对于参考坐标系 0 的 Z 向运动。砂型 3D 打印机的机械结构及其拓扑结构示意图如图 2 所示。

借助多序体动力学理论以及拓扑学结构剖析方法,推导出这类铸造砂型 3D 打印机所对应的各阶低序体阵列,如表 1 所示。

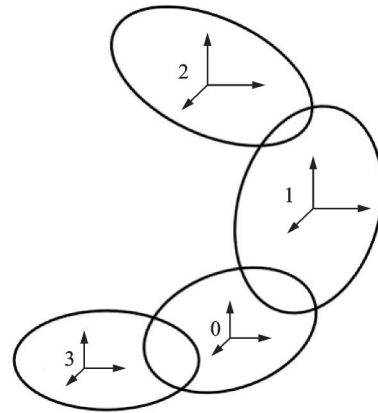


图 2 铸造砂型 3D 打印机传递链的拓扑结构

Fig.2 Topological structure of the transmission chain of the sand mold 3D printer for casting

表 1 砂型成形机的低序体阵列

Table 1 Low-order body array of the sand mold forming machine

典型体 j	1	2	3
$L^0(j)$	1	2	3
$L^1(j)$	0	1	0
$L^2(j)$	0	2	0
$L^3(j)$	0	1	0

1.2 误差矢量模型的建立方法

对于砂型 3D 打印机特征矩阵的建立,首先基于多体系统理论,选取几何运动作为典型示例,详细给出误差传递模型的建立方法。对于多刚体结构,可遵循多体系统理论构建低序体阵列,推导得出其拓扑结构。在描述相邻运动单元的空间位姿变换时,采用齐次坐标变换矩阵进行表征,以此实现精准的数学表达。

当打印机进行单一轴进给运动时,会在 6 个方向上出现微小偏差,这些偏差被称为六自由度几何误差。在打印机的运动链中,3 个运动部件 (X、Y、Z 轴) 共计存在 18 项与位置有关的几何误差 (Position-dependent geometric errors, PDGEs) 以及 3 项与位置无关的垂直度误差 (Position-independent geometric errors, PIGEs)。对于三轴打印机而言,总共具有 21 项几何误差,具体内容可见表 2。其中, δ 表示线性误差, ϵ 表示角度误差, S 表示垂直度误差, $x/y/z$ 分别表示打印机 X/Y/Z 轴运动量的绝对值,单位为毫米。

表 2 砂型打印机的几何误差列表

Table 2 List of geometric errors of the sand mold printer

误差名称	运动部件	几何误差
PDGEs	X 轴	$\delta_x x, \delta_y x, \delta_z x, \epsilon_x x, \epsilon_y x, \epsilon_z x$
	Y 轴	$\delta_x y, \delta_y y, \delta_z y, \epsilon_x y, \epsilon_y y, \epsilon_z y$
	Z 轴	$\delta_x z, \delta_y z, \delta_z z, \epsilon_x z, \epsilon_y z, \epsilon_z z$
PIGEs	—	S_{YX}, S_{ZX}, S_{ZY}

综合打印机各个运动部件的运动误差特征矩阵、部件间运动误差特征矩阵、打印喷头与工件的静止误差特征矩阵等产生打印机各个运动部件特征矩阵。在实际工作状态下,打印喷头为箱体式模块无相对运动;工件与工作台无相对运动,因此特征矩阵可以视为单位矩阵。

$$[\mathbf{S}_{03}]_p = \mathbf{E}_{4 \times 4} \quad (1)$$

$$[\mathbf{S}_{03}]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & S_{ZX} & 0 \\ 0 & 1 & -S_{YX} & 0 \\ -S_{ZX} & S_{ZY} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[\mathbf{S}_{03}]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[\mathbf{S}_{03}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(z) & \varepsilon_y(z) & \delta_x(z) \\ \varepsilon_z(z) & 1 & -\varepsilon_x(z) & \delta_y(z) \\ -\varepsilon_y(z) & \varepsilon_x(z) & 1 & \delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[\mathbf{S}_{01}]_p = [\mathbf{S}_{01}]_{pe} = \mathbf{E}_{4 \times 4} \quad (5)$$

$$[\mathbf{S}_{01}]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[\mathbf{S}_{01}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(y) & \varepsilon_y(y) & \delta_x(y) \\ \varepsilon_z(y) & 1 & -\varepsilon_x(y) & \delta_y(y) \\ -\varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(y) & 1 & \delta_z(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[\mathbf{S}_{12}]_p = \mathbf{E}_{4 \times 4} \quad (8)$$

$$[\mathbf{S}_{12}]_{pe} = \begin{bmatrix} 1 & -S_{YX} & 0 & 0 \\ S_{YX} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[\mathbf{S}_{12}]_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[\mathbf{S}_{12}]_{se} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(x) & \varepsilon_y(x) & \delta_x(x) \\ \varepsilon_z(x) & 1 & -\varepsilon_x(x) & \delta_y(x) \\ -\varepsilon_y(x) & \varepsilon_x(x) & 1 & \delta_z(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中:下标 03、01、12 表示相邻典型体标号, $[\cdot]_p$ 表示位置矩阵, $[\cdot]_{pe}$ 表示位置误差矩阵, $[\cdot]_s$ 表示运动矩阵, $[\cdot]_{se}$ 表示运动误差矩阵。

砂型打印机打印零件的过程可以近似理解为金属切削机床切削零件的过程,在此过程中,刀具随移动部件运动,如果将机床各轴的理想运动量代入几何误差模型,即求得刀具路径中每个切削位置上各几何误差的值。零件打印过程也可以理解为打印喷头随移动部件运动,如果将打印机各轴的理想运动量代入几何误差模型,可得打印喷头在每个打印位置上的几何误差值,此误差在工件的空间位置方面存在偏离,特征矩阵能够实施坐标变换操作,进而可计算出打印喷头口的空间位置误差 ΔE ,表达式为

$$\Delta E = \left[\prod_{u=1}^n S_{L^u(j)L^{u-1}(j)} \right] P_w - \left[\prod_{t=1}^n S_{L^t(j)L^{t-1}(j)=0} \right] P_t \quad (12)$$

式中: u 为约束数目; t 为自由度数目; n 为具体数值; ΔE 为喷头理论运动位置与喷头实际运动位置之间的误差; P_t 为实际喷头位置点在打印机坐标系中的齐次坐标; P_w 为理想喷头位置点在工件坐标系中的齐次坐标。

1.3 构建砂型 3D 打印机整机几何精度模型

本文采用 Renishaw 公司生产的 XL-80 激光干涉仪^[23-24]以及精度为 0.001 mm/m 的电子水平仪,对成形机 X/Y/Z 平动轴存在的全部几何误差展开测量工作。通过相应的测量,将获取的这些几何误差数据拟合成为三次多项式函数用于表达几何误差的空间位置,便于后续的分析与应用。

关于打印机 X/Y/Z 轴的 18 项几何误差模型,具体表达式如式(13~15)所示。PDGEs 几何误差中:线性误差 δ_{xx} 、 δ_{yx} 、 δ_{zx} 的单位为毫米,角度误差 ε_{xx} 、 ε_{yx} 、 ε_{zx} 的单位为弧度。

X/Y/Z 轴相应的几何误差如下。

X 轴:

$$\begin{cases} \delta_{xx} = -1.9 \times 10^{-7} x^3 + 4.9 \times 10^{-4} x^2 + 0.1x - 47.6 \\ \delta_{yx} = -4.7 \times 10^{-8} x^3 + 5.9 \times 10^{-5} x^2 + 42 \times 10^{-2} x - 15.3 \\ \delta_{zx} = 1.9 \times 10^{-7} x^3 + 1.4 \times 10^{-4} x^2 + 1.12x - 63.3 \\ \varepsilon_{xx} = -1.8 \times 10^{-6} x^3 + 2.1 \times 10^{-3} x^2 + 0.63x - 77.2 \\ \varepsilon_{yx} = -1.3 \times 10^{-9} x^3 + 3 \times 10^{-6} x^2 - 1.6 \times 10^{-3} x + 0.05 \\ \varepsilon_{zx} = -4.8 \times 10^{-6} x^3 + 4.7 \times 10^{-3} x^2 - 0.94x + 7.9 \end{cases} \quad (13)$$

Y轴:

$$\begin{cases} \delta_Y y = 2.7 \times 10^{-8} x^3 - 5.9 \times 10^{-5} x^2 + 3.7 \times 10^{-3} x - 11.3 \\ \delta_X y = -4.4 \times 10^{-7} x^3 + 4 \times 10^{-4} x^2 - 0.18x - 12.1 \\ \delta_Z y = 1.3 \times 10^{-6} x^3 - 1.4 \times 10^{-3} x^2 - 1.5x + 87.6 \\ \epsilon_X y = -4.9 \times 10^{-10} x^3 - 1.1 \times 10^{-6} x^2 - 7 \times 10^{-4} x + 0.075 \\ \epsilon_Y y = 1.1 \times 10^{-7} x^3 - 7.5 \times 10^{-5} x^2 - 0.4x + 11 \\ \epsilon_Z y = -2.8 \times 10^{-7} x^3 + 8.6 \times 10^{-5} x^2 + 0.026x - 9.7 \end{cases} \quad (14)$$

Z轴:

$$\begin{cases} \delta_Z z = -2.4 \times 10^{-6} x^3 + 3.5 \times 10^{-3} x^2 + 1.36x + 42.8 \\ \delta_X z = 5.2 \times 10^{-7} x^3 - 4 \times 10^{-4} x^2 + 0.052x + 14.4 \\ \delta_Y z = 3.2 \times 10^{-7} x^3 - 5.7 \times 10^{-4} x^2 + 0.052x + 14.4 \\ \epsilon_X z = 5.4 \times 10^{-10} x^3 - 1.6 \times 10^{-6} x^2 + 1 \times 10^{-3} x - 0.05 \\ \epsilon_Y z = 1.1 \times 10^{-10} x^3 - 2.4 \times 10^{-7} x^2 + 1.9 \times 10^{-4} x - 1.5 \times 10^{-3} \\ \epsilon_Z z = 8.4 \times 10^{-7} x^3 - 6.4 \times 10^{-3} x^2 + 2.9x - 121.3 \end{cases} \quad (15)$$

2 砂型 3D 打印机关键几何误差识别模型

2.1 典型打印加工零件结构要素误差识别方法

铸造砂型 3D 打印机主要面向各类铸造用砂型零件,铸造零件多作为典型机械加工零件的毛坯。而典型机械加工零件通常依托金属切削机床进行加工,依据 NAS979^[25]金属切削机床设备切削实验规范里对切削试件的处理,三轴机床切削试件能够拆解为矩形体、圆柱体、菱形体等结构要素,五轴机床的切削试件则可分解为矩形体、圆锥体、圆柱体等典型结构要素。鉴于此,砂型 3D 打印机的典型打印零件结构要素被明确为矩形台、菱形台、圆锥台、圆球这 4 类。其中,圆球直径设定为 700 mm;圆锥台底面直径设定为 750 mm,圆锥角 120°,台高 310 mm;正菱形台边长设定为 1 000 mm,高 50 mm;矩形台长设定为 1 000 mm、宽 500 mm、高 50 mm。基于典型零件打印加工要素的打印件形状误差建模,是形状误差分析的前提与基础,如图 3 所示。建模流程如下:第一步,运用常规三维绘图软件构建 STL 模型,为后续操作提供基础的三维模型框架,确保零件的初始形态得以数字化呈现;第二步,启用砂型 3D 打印机自带的 CAM 软件开展零件切片分析,通过切片,将三维模型转化为打印机能够识别并逐层打印的运动指令,精准规划打印层数与每层的截面形状;第三步,借助软件模拟喷头运动,以此剖析出打印机喷头的理想运动轨迹,该轨迹直接关系到材料的精准沉积,保障打印的精度与连贯性;第四步,将打印机各平动轴相应的理想运动数值逐一输入至由式(13~15)构建而成的几何误差模型,可得打印喷头在其运动路径中各个点位的几何误差具体量化值,这些量化数值可

呈现出打印机在实际运转进程中相较于预设的理想运动状态所出现的偏离;第五步,获得误差值之后,把典型零件打印加工要素所对应的误差值,逐一输入至式(12)所构建的体积误差模型中,经过一系列运算与整合,最终构建出其形状误差模型,为后续优化打印质量、降低误差影响筑牢理论基石。通过以上系统且严谨的流程,不仅精准确定了铸造砂型 3D 打印机典型打印零件结构要素,还建构了完整的形状误差模型。

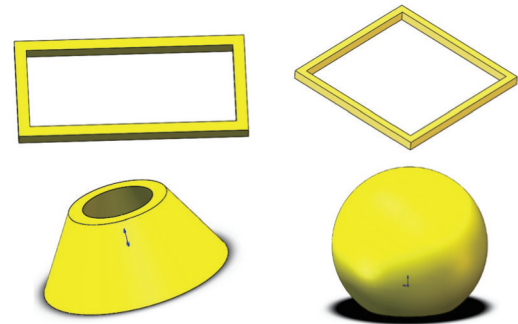


图 3 典型打印加工要素的三维模型

Fig.3 Three-dimensional model of typical printing and processing elements

2.2 打印零件结构要素的误差灵敏度识别

本文创新性地提出了一种基于典型打印零件结构要素误差,识别砂型 3D 打印机关键几何误差的方法。运用该方法,能够实现对砂型 3D 打印机关键几何误差的分析与精准识别。对几何精度予以识别,并计算出相应的灵敏度影响因子,是开展设备精度灵敏性分析的先决条件。灵敏度系数的精确程度,在根本上决定了灵敏度分析结果的准确性与可靠性。

在实际的打印加工环节里,误差因素的存在会导致零件产生打印误差。打印误差的大小与灵敏

度系数存在紧密联系,同时也与误差自身的数值息息相关。

设备几何精度所对应的灵敏度系数值愈大,则该项几何精度对打印零件形状误差的贡献程度愈高。因此,在进行灵敏度分析时,灵敏度系数是整个分析过程的关键。不同零件打印要素下各几何精度的灵敏度系数,计算表达式如式(16)所示^[26]。

$$A_n = \int_{D_a}^{D_b} G_n dx \quad (16)$$

设定 A_n 来表示 3D 打印机几何精度 ($n=1, 2, 3, \dots, 21$) 在不同砂型件打印加工要素中所对应的灵敏度系数。这个灵敏度系数在分析几何误差对零件加工的影响上起着关键作用, $[D_b, D_a]$ 则是用来表示在加工不同零件加工要素时,打印运动所形成的运动轨迹长度。它从空间维度上刻画了打印过程中的运动情况,为后续分析误差与运动轨迹之间的关联提供了重要的量化基础。 G_n 表示仅将单一几何精度纳入考量后所获得的几何误差。这条曲线直观地反映了单一几何精度对打印件轮廓产生的影响,是进一步探究误差影响的重要依据。 dx 表示对打印喷头运动路径上形状误差进行特定的微分操作。

通过式(16)的计算与分析,可得由单一项几何误差所引起的打印件的几何误差 G_n , 其还可以依据式(17)进一步分解为 3 个方向的分量。

$$G_n = \sqrt{G_{nX}^2 + G_{nY}^2 + G_{nZ}^2} \quad (17)$$

式中 $G_{nX}/G_{nY}/G_{nZ}$ 分别表示几何误差在 X/Y/Z 方向上的误差分量。

误差灵敏度反映了 21 项几何误差在出现单位变化量的情况下,会使空间位置误差产生怎样的变化量。单项误差的灵敏度系数量级具备至关重要的指示价值。若某一单项误差的灵敏度系数呈现较大数值表征,就意味着该项误差在设备空间定位精度误差构建进程中所发挥的作用愈发关键,其在整体误差构成中的贡献权重亦显著提升。鉴于精确量化各单项误差对空间定位误差的相对影响程度是本研究的必然要求,对各方向的误差灵敏度系数进行归一化处理是必不可少的,定义归一化灵敏度系数的计算公式如式(18)所示。

$$U_n = \frac{A_n}{\sum_{n=1}^{21} A_n} \quad (18)$$

2.2.1 圆球要素的灵敏度识别

以典型打印加工零件结构要素圆球为例,由于砂型 3D 打印机所采用的打印喷头无法识别通用型 CAM 软件所生成的代码,所以无法通过通用 CAM 软件获得打印喷头运动的理想位置值,所以

在对灵敏度展开分析时,需要把典型打印加工件的模型输入至砂型 3D 打印机专用 CAM 软件当中,进而利用该软件来执行打印切片编程这一操作。虽然专用 CAM 软件能够生成打印喷头工作轨迹,但其并不能直接应用,还需要将该打印喷头工作轨迹转化为打印机各轴运动位置代码和打印喷头喷嘴喷射指令,这样才能满足后续打印工作的实际需求。打印喷头在进入打印区域后,打印喷头开始喷射树脂,通过专用 CAM 软件的模拟打印功能采集代码得到打印机 X/Y/Z 的理想运动量参数。圆球打印切片模拟打印图形如图 4 所示。

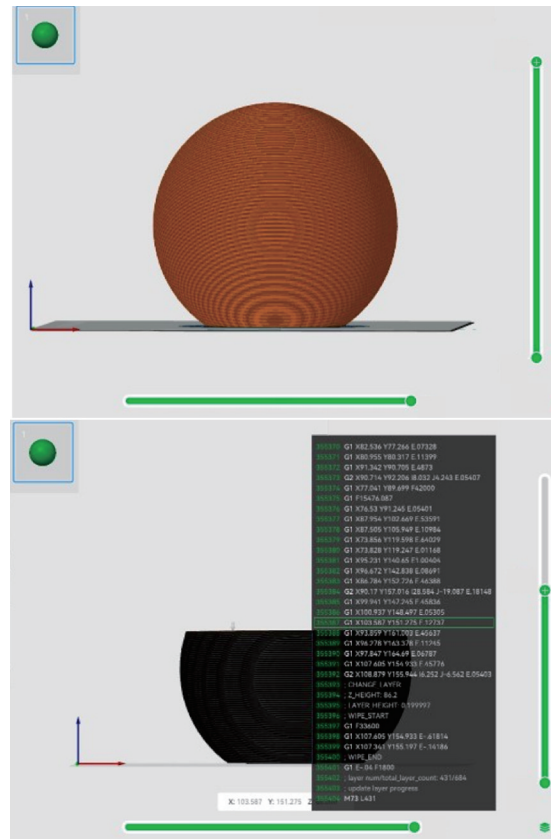


图 4 圆球打印切片图形

Fig.4 Slicing graph of the printed sphere

在分析设备打印圆球所产生的误差情况时,需要先把 X/Y/Z 轴各自对应的理想运动量代入式(13)所代表的设备几何误差模型当中,得出各个位置的几何误差数值。接着,将已经求得的圆球的几何误差值,再次代入设备的体积误差模型中。通过体积误差模型进行运算,可得圆球的形状误差。

由式(13~17)可得设备单项几何误差在打印加工圆球工件情境下的归一化灵敏度系数。进一步可得 18 项几何误差在圆球打印加工时所对应的灵敏度分析结果,如图 5 所示。由图可知,几何误差 $\delta_{yx}, \delta_{zx}, \delta_{xy}, \delta_{yz}$ 这 4 项对于圆球的形状误差有

着较为突出的影响。经统计,这 4 项几何精度的归一化灵敏度系数累加值为 0.778 7,这一数据也从侧面印证了它们对圆球形状误差影响的重要程度。在这些几何误差当中,单项几何误差 δ_{zx} 尤为值得关注,其归一化灵敏度系数为 0.255 0。在设备实际进行打印的过程中,该单项几何误差对定位误差的贡献值,和其他各项几何误差相比,明显要高出许多。

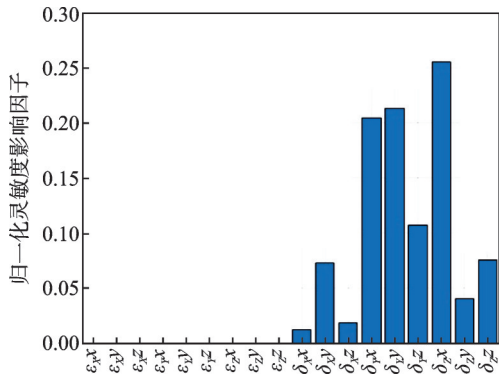


图 5 圆球打印加工要素的灵敏度因子分析结果

Fig.5 Analysis results of sensitivity factors for printing and processing elements of the sphere

2.2.2 圆锥台要素的灵敏度识别

按上一节所描述的灵敏度分析方法可得各项几何精度在圆锥台打印加工要素中的归一化灵敏度系数,结果如图 6 所示。在各项几何误差当中, δ_{yx} 、 δ_{yz} 、 δ_{zx} 、 δ_{zx} 这 4 个单项几何误差有着较为突出的表现,归一化灵敏度系数之和达到了 0.765 4。这一数据从一定程度上反映出这 4 项几何误差在圆锥台要素加工情境下,对整体误差情况有着较为重要的影响。而在这 4 项几何误差里, δ_{yz} 单项几何误差的情况尤其值得关注,其归一化灵敏度影响因子为 0.290 6。在设备实际进行打印加工的过程中,该单项几何误差对定位误差的贡献值,相较于其他各项几何误差而言,明显占据着更大的比重,所起到的影响作用更为显著。

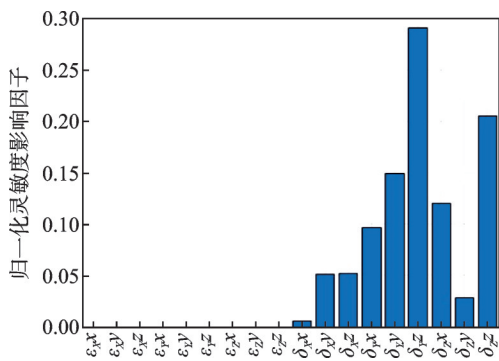


图 6 圆锥台打印加工要素的灵敏度因子分析结果

Fig.6 Analysis results of sensitivity factors for printing and processing elements of the truncated cone

以圆球和圆锥台这两个零件打印要素为对象,实施对比研究与分析。将这两项打印要素各自对应的归一化灵敏度系数,按照其数值大小依次进行排位,随后再对二者的排位情况进行比较可得:虽然圆球和圆锥台这两项加工要素的归一化灵敏度系数在排位方面略有不同,但是从整体上来看,它们所呈现出的影响趋势基本保持一致。

基于此,进一步研究排位一致的单项几何误差。这些单项几何误差的归一化灵敏度系数并非全然相同。依照典型零件打印加工要素灵敏度分析方法,可以精准识别设备单项几何误差对打印零件精度的影响力。这一识别成果,可为后续设备补偿数据的计算提供精准、可信的基础数据依托,在保障设备打印精度和零件打印加工质量优化等诸多方面有着重要意义。

在本文所涉及的砂型 3D 打印机的误差分析范畴内,设定一个判定关键性几何误差的标准,即各单项几何精度的归一化灵敏度系数大于 0.05 时,该几何误差便被视作关键性几何误差。基于此,对图 5 以及图 6 进行分析,从中梳理出涉及圆球和圆锥台形状公差的关键几何误差,详细结果如表 3 所示。由表 3 可知,就圆球打印加工要素来讲,设备存在的关键几何误差数量共计 6 项,全部为与位置有关的误差类型。同样,对于圆锥台这一特征而言,经统计设备所涉及的关键几何误差共有 7 项,而这些关键几何误差也均属于与位置有关的误差类别。所以,与位置有关的误差 PDGEs 在圆球和圆锥台的形状误差形成过程中有重要的作用,是影响二者形状误差的关键因素之一。

表 3 影响圆球和圆锥台关键几何误差

Table 3 Key geometric errors affecting the sphere and the truncated cone

典型加工要素	关键几何误差顺位排列
圆球	$\delta_{yz}, \delta_{xy}, \delta_{zx}, \delta_{yx}, \delta_{yz}, \delta_{zx}$
圆锥台	$\delta_{yz}, \delta_{zx}, \delta_{xz}, \delta_{yx}, \delta_{zx}, \delta_{yz}, \delta_{xy}$

2.2.3 矩形台和菱形台要素的灵敏度识别

砂型 3D 打印机设备加工矩形框和菱形框时,虽然在 Z 轴运动方向上打印图形无变化,但 Z 轴相关几何误差有一定的影响。这一影响直接决定了打印零件的精度。

参照 2.2.2 节中计算圆锥台几何精度灵敏度影响因子的计算方法,将其应用于各项几何误差在矩形台和菱形台打印加工要素中的分析,求出对应的归一化灵敏度影响因子,结果分别如图 7、8 所

示。在对图 5、6 以及图 7、8 进行对比分析时,可得矩形台和菱形台打印加工要素的关键几何精度项表现出较高的相似性。具体来看,在这两种要素中, δ_{zx} 、 δ_{yx} 、 ϵ_{yz} 、 δ_{zz} 此 4 项几何精度的归一化灵敏度影响因子累加值超过了 70%,这一数据充分体现了这 4 项几何误差在整体误差影响因素中的重要地位。然而,尽管矩形台和菱形台存在关键几何精度部分相同,但这些几何精度同类项的归一化灵敏度影响因子的数值规模却不同。例如关键几何精度项 δ_{zx} 、 δ_{yx} 、 ϵ_{yz} 、 δ_{zz} ,它们各自对应的灵敏度影响因子在数值方面呈现出一定的差异性,这也进一步说明了不同打印加工要素对几何误差的敏感度存在区别。

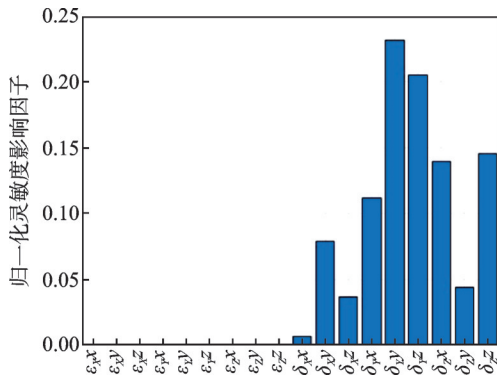


图 7 矩形台打印要素的灵敏度因子分析结果

Fig.7 Analysis results of sensitivity factors for printing elements of the rectangular table

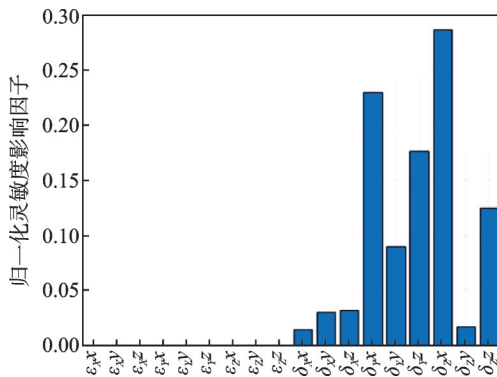


图 8 菱形台打印要素的灵敏度因子分析结果

Fig.8 Analysis results of sensitivity factors for printing elements of the rhombic table

基于以上全面且深入的分析,得以明确能够对矩形台以及菱形台这两类打印加工要素产生关键影响的几何精度状况,如表 4 所示。对于矩形台和菱形台这两种要素,经统计得到关键性几何精度 10 项,其中线性误差占据了 6 项之多。综合这些分析结果可得结论:线性几何精度对矩形台和菱形台的影响集中在形状误差方面,线性几何精度是影响打印零件质量的关键因素之一。

表 4 影响矩形台和菱形台的关键几何误差排序

Table 4 Ranking of key geometric errors affecting the rectangular and the rhombic table

典型加工要素	关键几何误差顺位排序
菱形台	$\delta_{yz}, \delta_{zx}, \delta_{yx}, \delta_{xy}, \delta_{yz}, \delta_{zz}$
矩形台	$\delta_{zx}, \delta_{yx}, \delta_{yz}, \delta_{yz}, \delta_{zz}$

3 实测砂型 3D 打印机关键几何误差

依据上文所述的分析内容,圆球、圆锥台、矩形台以及菱形台这 4 个零件打印加工要素各自的关键几何误差归一化灵敏度影响因子累积值均超过了 90%。其中,圆球零件打印加工要素对应的关键几何误差归一化灵敏度影响因子累积值为 99.90%,圆锥台的为 99.93%,矩形台的为 99.82%,菱形台的则达到了 99.72%。

在此基础上,将这些不同零件打印加工要素的关键几何误差逐一代入砂型打印机的体积误差模型,借助模型计算功能,计算出关键几何误差在总误差构成里所占的比例,如表 5 所示。

表 5 关键几何精度占比分析

Table 5 Analysis of the proportion of key geometric accuracy

加工要素	灵敏度影响因子累积值/%	引起体积误差占比/%	关键与非关键几何精度数值比
矩形台	99.82	103.82	27.3:1
菱形台	99.72	104.72	22.1:1
圆球	99.90	103.90	26.5:1
圆锥台	99.93	104.93	21.3:1

分析结果表明,关键几何精度所引发的体积误差在各个特征当中的占比均超出 1。在此基础上,经计算可得,非关键几何精度诱发的体积误差占比分别呈现为 -3.82%、-4.72%、-3.90%、-4.93%。由上述分析可知,关键几何精度和非关键几何精度对体积误差产生的作用完全相反,进一步剖析二者在体积误差中所占比例能确定关键几何精度的占比远超非关键几何精度,关键几何精度差在体积误差范畴内占据主导位置。这也从侧面有力地证明了本文中所运用的检测试验方法具备正确性,为该方法在相关领域的应用提供了可靠的依据。

为了进行零件打印试验,选用一台 JC1218 型砂型成形机作为试验设备,其 X 轴行程为 1 800 mm, Y 轴行程为 1 200 mm, Z 轴行程为 1 000 mm,该设备各轴的进给速度统一设定为 5 000 mm/min。将圆锥台、圆球、矩形台以及菱形台这 4 个打印加工要

素各自对应的关键几何误差依次代入式(12)所示的设备体积误差模型中,具体如图 9 所示。

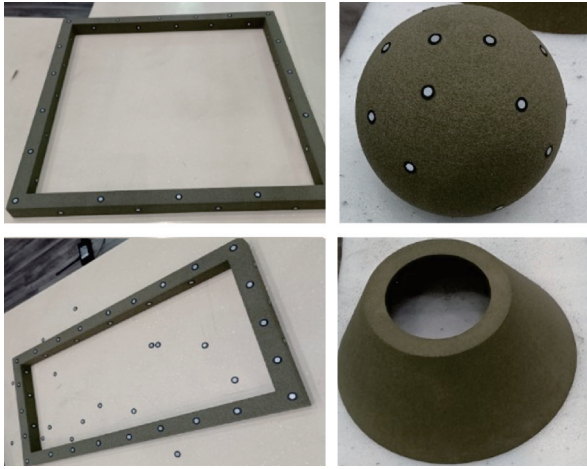


图 9 砂型 3D 打印的砂型件

Fig.9 Sand mold parts produced by sand mold 3D printing

依据打印砂型零件精度检验相关标准所规定的检测项目分布状况,具体如图 10 所示。砂型零件的结构精度检验采用手持非接触式检测仪完成检测,可精准检测零件所存在的误差情况,扫描仪如图 11 所示。

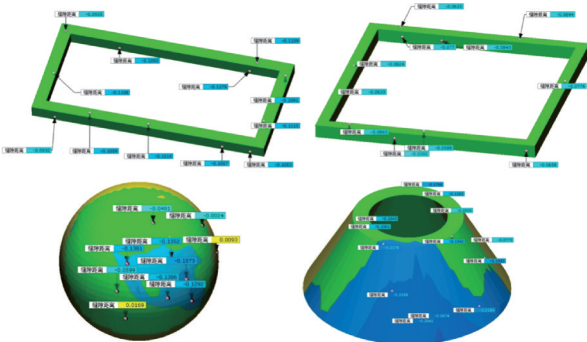


图 10 零件检测项目分布图

Fig.10 Distribution diagram of part inspection items



图 11 手持非接触式检测仪

Fig.11 Hand-held non-contact measuring instrument

4 结 论

本文聚焦于典型零件打印加工要素领域,深度

剖析了打印零件要素的形状误差与砂型 3D 打印机体积误差之间的内在逻辑关联。在此基础上,开创性地构建了一套基于典型零件打印加工要素的砂型 3D 打印设备的几何误差分析方法。为验证该模型的可行性及其所具备的实用价值,针对圆球、圆锥台、菱形台、矩形台这 4 种典型零件加工要素的误差灵敏度影响因子,系统且深入地开展了探究工作,得出如下结论:

(1) 那些能对典型零件打印加工要素形状误差起到关键作用的几何精度,相互间确实有着共同之处。但同一个单项几何精度,其归一化灵敏度影响因子处于不同的加工要素情境下时,所呈现出的数值大小并非完全相同,基于这样的情况,在后续着手开发补偿程序期间,务必要依据不同加工要素所具有的特性,对这些单项几何精度实施差异化对待,以保障补偿程序的科学性与有效性。

(2) 在分析各个典型零件打印加工要素的关键几何误差的过程中,发现线性误差所占的份额相当突出。这一现象验证了,在各个典型零件打印加工要素形状误差的诸多因素里,各项线性误差有着至关重要的地位,有主导性作用,无疑是后续开展误差控制以及质量提升等工作时务必着重留意的关键要素之一。

(3) 通过对各项关键几何精度归一化系数具体数值的分析与研究,能够沿着这些数值所提供的线索,追溯到打印机在进行典型打印要素加工时产生误差的主要源头所在。而且,这一信息还能够为补偿这些主要误差源提供必不可少的依据,有助于制定更为精准、有效的误差补偿策略,从而提升打印质量和设备的加工精度。

(4) 从基于 JC1218 砂型 3D 打印机的打印零件检测结果来看,设备关键几何误差与实际打印加工件误差呈现出完全吻合的状态。这一有力的证据充分证明了本文所提出的基于典型零件打印要素的灵敏度分析方法是切实可行且有效的,这为该方法在相关领域的后续应用与推广筑牢了坚实根基。

参考文献:

[1] 廖文和,戴宁. 航空航天结构轻量化设计制造技术发展现状与挑战[J]. 南京航空航天大学学报,2023,55(3): 347-360.

LIAO Wenhe, DAI Ning. Development and challenge of light-weight design and manufacturing technology for aerospace structures[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2023, 55(3): 347-360.

- [2] 任洪稳, 单忠德, 杨浩秦, 等. 砂型增材制造多轮廓自适应切片算法[J]. 南京航空航天大学学报, 2024, 56(3): 447-456.
REN Hongwen, SHAN Zhongde, YANG Haoqin, et al. Multi-contour adaptive slicing algorithm for sand mold additive manufacturing[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(3): 447-456.
- [3] 强惠, 单忠德, 杨浩秦, 等. 多材料砂型增材制造层间加热与压实整体成形工艺研究[J]. 精密成形工程, 2024, 16(7): 1-11.
QIANG Hui, SHAN Zhongde, YANG Haoqin, et al. Integral forming process of interlayer heating and compaction in multi-material sand additive manufacturing[J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2024, 16(7): 1-11.
- [4] 胡央央, 单忠德, 杨浩秦, 等. 多材料砂型增材制造一体化共面铺砂工艺研究[J]. 精密成形工程, 2024, 16(1): 148-157.
HU Yangyang, SHAN Zhongde, YANG Haoqin, et al. Research on integrated co-planar and laying process for multi-material sand mold additive manufacturing[J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2024, 16(1): 148-157.
- [5] 郭永斌, 张景豫, 王敏. 3D 喷墨砂型打印机脉冲对砂型质量影响的研究[J]. 现代铸铁, 2019, 39(2): 41-44.
GUO Yongbin, ZHANG Jingyu, WANG Min. Study on the influence of pulse of 3D inkjet sand printer on sand quality[J]. Modern Cast Iron, 2019, 39(2): 41-44.
- [6] KONG L B, CHEUNG C F, TO S, et al. A kinematics and experimental analysis of form error compensation in ultra-precision machining[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2008, 48(12/13): 1408-1419.
- [7] PENG F Y, MA J Y, WANG W, et al. Total differential methods based universal post processing algorithm considering geometric error for multi-axis NC machine tool[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2013, 70: 53-62.
- [8] UDDIN M S, IBARAKI S, MATSUBARA A, et al. Prediction and compensation of machining geometric errors of five-axis machining centers with kinematic errors[J]. Precision Engineering—Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, 2009, 33(2): 194-201.
- [9] MOON S K, MOON Y M, KOTA S, et al. Screw theory based metrology for design and error compensation of machine tools[C]//Proceedings of the 27th Design Automation Conference. Pittsburgh, Pennsylvania, USA: American Society of Mechanical Engineers, 2001, 2B: 697-707.
- [10] YANG J X, ALTINTAS Y. Generalized kinematics of five-axis serial machines with non-singular tool path generation[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2013, 75: 119-132.
- [11] FU G Q, FU J Z, XU Y T, et al. Product of exponential model for geometric error integration of multi-axis machine tools[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 71(9/10/11/12): 1653-1667.
- [12] LEE R S, LIN Y H. Applying bidirectional kinematics to assembly error analysis for five-axis machine tools with general orthogonal configuration[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 62(9): 1261-1272.
- [13] 贺甲, 田学光, 张德龙, 等. 基于休斯敦方法的机械手误差建模与分析[J]. 工程设计学报, 2010, 17(6): 439-443.
HE Jia, TIAN Xueguang, ZHANG Delong, et al. Error analysis and error modeling of manipulator based on Huston method[J]. Journal of Engineering Design, 2010, 17(6): 439-443.
- [14] 刘又午, 刘丽冰, 赵小松, 等. 数控机床误差补偿技术研究[J]. 中国机械工程, 1998, 9(12): 4852.
LIU Youwu, LIU Libing, ZHAO Xiaosong, et al. Investigation of error compensation technology for NC machinetool[J]. China Mechanical Engineering, 1998, 9(12): 4852.
- [15] 粟时平. 多轴数控机床精度建模与误差补偿方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2002.
SU Shiping. Study on the methods of precision modeling and error compensation for multi-axis CNC machine tools[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002.
- [16] 张荐棋. 重型立式车床几何误差建模与溯源[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2023.
ZHANG Jianqi. Geometric error modeling and source traceability of heavy-duty vertical lathe[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2023.
- [17] 孟晓华, 于大国. 车铣复合数控机床空间误差建模和补偿[J]. 机床与液压, 2023, 51(24): 157-163.
MENG Xiaohua, YU Daguo. Modeling and compensation of spatial errors in turning and milling compound CNC machine tools[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2023, 51(24): 157-163.
- [18] 吴剑波, 李俊, 郑成淦, 等. 大型龙门铺丝机综合误差建模及补偿[J]. 浙江大学学报(工学版), 2022, 56(2): 398-407.
WU Jianbo, LI Jun, ZHENG Chenggan, et al. Comprehensive error modeling and compensation of the large gantry laying machine[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2022, 56(2): 398-407.

- 398-407.
- [19] 袁茂强,王永强,王力,等.基于蒙特卡洛法的3D打印机定位精度分析[J].机床与液压,2016,44(21):141-146.
- YUAN Maoqiang, WANG Yongqiang, WANG Li, et al. Analysis of positioning accuracy in 3D printer based on Monte Carlo method[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2016, 44(21): 141-146.
- [20] 宋珂炜,方辉,刘青正,等.基于多体理论的H型带传动3D打印机误差建模与分析[J].制造技术与机床,2018,12: 87-92.
- SONG Kewei, FANG Hui, LIU Qingzheng, et al. The error modeling and analysis of H-type banddriven 3D printer based on multi-body theory[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2018, 12: 87-92.
- [21] XING K L, ACHICHE S, MAYER J R R. Five-axis machinetools accuracy condition monitoring based on-volumetric errors and vector similarity measures[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2019, 138: 80-93.
- [22] KIM K, KIM M K. Volumetric accuracy analysis based on generalized geometric error model in multi-axis machine tools[J]. Mechanism and Machine Theory, 1991, 26(2): 207-219.
- [23] JANECZKO J, GRIFFIN B, WANG C. Laser vector measurement technique for the determination and compensation of volumetric position errors. Part II : Experimental verification[J]. Review of Scientific Instruments, 2000, 71(10): 3938-3941.
- [24] ZHU S W, DING G F, QIN S F, et al. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2012, 52(1): 24-29.
- [25] AIA. Uniform cutting tests NAS series, metal cutting equipment: NAS979—1969[S]. [S.1]: NMS, 1969.
- [26] FAN J W, TAO H H, PAN R, et al. An approach for accuracy enhancement of five-axis machine tools based on quantitative interval sensitivity analysis[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 148: 103-106.

(编辑:胥橙庭,王婕)