DOI:10.16356/j.1005-2615.2024.01.018

一种无人机极点区域约束系统输出反馈滤波设计

孟新宇^{1,2}, 吏铭豪¹, 马艺宁¹

(1.江苏警官学院刑事科学技术系,南京 210031;2.痕迹检验鉴定技术公安部重点实验室(中国刑事警察学院),沈阳110854)

摘要:针对参数变化引起的系统不稳定情况,研究其闭环极点处于区域约束下滤波问题,提出了基于输出反馈的 滤波系统设计方法。在被控系统及反馈滤波系统同时存在不确定性的情况下,以线性矩阵不等式形式给出输出 反馈滤波系统的可解性条件,使其闭环系统渐近稳定,滤波误差输出对干扰的抑制性能指标小于给定上界,并把 闭环系统极点配置于复平面上指定区域。运用该方法对某型警用无人飞行器纵向运动进行仿真验证,闭环系统 的极点均分布在预期界限,系统趋于稳定,达到了设计目标,表明了该方法的有效性。 关键词:输出反馈;极点约束;滤波控制 中图分类号:TP273 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2024)01-0176-06

A Design and Simulation of Robust Filtering Control for Pole Constraints System of Unmanned Aircraft

MENG Xinyu^{1,2}, LI Minghao¹, MA Yining¹

(1. Department of Forensic Science, Jiangsu Police Institute, Nanjing 210031, China; 2. Key Laboratory of Impression Evidence Examination and Identification Technology(National Police University of China), Shenyang 110854, China)

Abstract: For the instability of the system caused by parameter changes, this study investigates the filtering problem of closed-loop pole placement under region constraints, and a filtering system design method based on output feedback is proposed. In the presence of uncertainties in both the controlled system and the feedback filtering system, the solvability condition of the output feedback filtering system is given in the form of linear matrix inequalities. This condition ensures asymptotic stability of the closed-loop system, suppression of filtering error output with respect to changes below a given upper bound, and the proper placement of closed-loop system poles in a specified region on the complex plane. This method is used to simulate and verify the longitudinal motion of a certain type of police unmanned aircraft. The distribution of closed-loop system poles is within the expected limits, indicating that the system is asymptotically stable and achieves the design objective. This demonstrates the effectiveness of the proposed method.

Key words: output feedback; pole constraints; filtering control

在无人飞行器试飞等实际工程中,会出现因状 态测量传感器故障及误差或其他原因而产生的状 态测量不准确甚至数据丢失等现象,以至无法及时 有效控制而造成损失。理想情况下,一套辅助方案 作为应急切换,可以确保试飞继续进行或引导飞行 器安全着陆。针对这一问题,提出一种利用输出反

基金项目:痕迹检验鉴定技术公安部重点实验室(中国刑事警察学院)资助项目(HJKF201906);江苏警官学院大创项目(2023)。

收稿日期:2023-11-16;修订日期:2024-01-26

通信作者:孟新宇,男,博士,讲师,E-mail: mengxinyu@jspi.cn。

引用格式:孟新宇,吏铭豪,马艺宁.一种无人机极点区域约束系统输出反馈滤波设计[J].南京航空航天大学学报, 2024,56(1):176-181. MENG Xinyu, LI Minghao, MA Yining. A design and simulation of robust filtering control for pole constraints system of unmanned aircraft[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2024, 56(1): 176-181.

馈系统对被控系统进行反馈控制,并用反馈系统的 输出跟踪估计被控对象的输出,作为应急辅助控制 方案替换原有的控制方法,以便及时有效地对无人 飞行器进行控制或保证其能够安全返回,以减少 损失。

国内外对于输出反馈、滤波、被控输出的跟踪 估计及控制的研究已取得相当丰富的成果,但对于 控制器不确定性的问题仍然存在求解过程繁琐、动 态响应差、结论形式复杂等局限。文献[1]针对加 性滤波器参数变化,设计了线性连续系统的H...滤 波器,但是H。设计几乎不能考虑暂态特性和闭环 极点位置,且求解较为繁琐。文献[2]基于观测器 状态切换系统,结合特征根连续变化原理和圆盘区 域极点约束设计了求解简单的状态反馈控制器,利 用极点配置确保了闭环的通用性和可分配性,但控 制器的不确定性并未考虑,实际应用时存在局限 性。文献[3]提出了一种运用递归最小二乘算法进 行不确定性集合估计和同时参数识别的参数估计 策略。文献[4]利用相对简单的方法设计一种极点 配置控制器,考虑时延下界选取合适的Lyapunov 泛函及改进的 Jensen 不等式, 在执行器故障出现 时,给出了系统稳定的容错条件,但容错控制仍含 有一定的保守性。文献[5]采用了一种自适应更新 定律来更新有约束系统的不确定参数,通过同时考 虑估计的参数集和系统约束条件,并利用min-max 方法来优化问题,保证了递归可行性和闭环稳定 性。但这种方法计算复杂,优化实现会较为困难。 文献[6]设计了先验极点配置方法,使主极点的部 分子集配置于预期位置,在有限时间延迟内,其余 极点位于复平面的左半平面。文献[7]提出了一种 针对有参数不确定的约束系统的自适应预测控制 策略,对于具有特定模型结构的单输入离散时间线 性系统效果显著。但由于最大误差上界的不确定 性,导致很难保证闭环可行性和稳定性。文献[8] 将时滞系统模型转换为无时滞项的系统,并通过预 测控制与最优控制解决系统摄动,但增加了建模复 杂度,降低了控制器控制效果。文献[9]针对常微 分方程,讨论了当系统输入和观测器增益变化时参 数和状态的估计,并将观测器增益求解问题转化为 线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI), 将不确定参数作为状态和时间的非线性参数化函 数。然而对这类未知状态中含有不确定参数的系 统,利用传统观测器匹配条件并不能对其不确定 参数实施解耦。文献[10]提出了一种基于等价输 人干扰的鲁棒控制方法,可以对系统不可测量状态 和模型匹配不确定性进行估计,降低了观测器阶 数,提高了控制鲁棒性,但需要跟踪误差的高阶求 导,增加了实施难度。文献[11]中提出了一种基于 命令滤波的输出反馈控制方法,将传统的滤波替换 为有限时间滤波,获得了更快的响应速度和更高的 收敛精度,但是并没有讨论执行器故障和误差等情 况。文献[12]应用动态递阶控制方法研究一类非 线性大系统的输出反馈镇定问题,基于扰动观测器 设计子系统的反馈控制器,各控制器经协调信号互 相关联、协作,实现了系统的镇定控制。为了消除 反馈控制系统设计中的复杂项,通常引入滤波技术 来解决项的爆炸问题,降低控制系统的在线计算 量,反馈镇定控制难以解决这一问题。

基于输出反馈的滤波控制运用在无人飞行器 飞控系统中,对系统的动态性能也有较高的要求。 本文考虑模型及滤波系统的不确定性,以及更广泛 的二次矩阵不等式区域,运用线性矩阵不等式方 法,给出了输出反馈滤波控制系统的设计方法。该 方法的研究对相关实际问题的解决具有重要意义。

1 问题描述

考虑状态空间描述的无人飞行器线性化模型 $\begin{cases}
\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + \\
(B + \Delta B)u(t) + D\omega(t) \\
y(t) = C_1x(t) \\
z(t) = C_2x(t)
\end{cases}$ (1)

式中: $x \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态向量, $u \in \mathbb{R}^p$ 为控制输入, $\omega \in \mathbb{R}^r$ 为干扰信号且能量有界, $z \in \mathbb{R}^d$ 为可控输 出, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ 为测量输出, $A \setminus B \setminus C_1$ 和 C_2 为已知的 系统矩阵。

构造形式如下的全阶输出反馈滤波系统

$$\begin{cases} \dot{x}_{k}(t) = (A_{k} + \Delta A_{k}) x_{k}(t) + \\ (B_{k} + \Delta B_{k}) y(t) \\ u(t) = C_{k1} x_{k}(t) \\ z_{k}(t) = C_{k2} x_{k}(t) \end{cases}$$
(2)

式中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 为反馈控制系统的状态向量, z_k 为z的跟踪, A_k 、 B_k 、 C_{k1} 和 C_{k2} 为待求矩阵参数。设模型和滤波系统不确定参数 ΔA 、 ΔB 和 ΔA_k 、 ΔB_k 范数有界^[13],且具有以下摄动形式

$$\begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B \\ \Delta A_k & \Delta B_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} H \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix}$$
(3)

式中: $E_1 \ E_2 \ \pi F_1 \ F_2 \$ 为已知具有适当维数的常阵, H是满足 $H^{\mathsf{T}}(t) H(t) \le I$ 的未知实矩阵。则滤波 误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \left(\bar{A} + \Delta \bar{A}\right) \bar{x}(t) + \bar{D} \boldsymbol{\omega}(t) \\ \boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{z}(t) - \boldsymbol{z}_{k}(t) = \bar{C} \bar{\boldsymbol{x}}(t) \end{cases}$$
(4)

其中

$$\bar{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{x}_{k}(t) \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{A}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}\boldsymbol{C}_{k1} \\ \boldsymbol{B}_{k}\boldsymbol{C}_{1} & \boldsymbol{A}_{k} \end{bmatrix}, \bar{\boldsymbol{D}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C_2 & -C_{k2} \end{bmatrix}$$
$$\Delta \bar{A} = \begin{bmatrix} \Delta A & \Delta B C_{k1} \\ \Delta B_k C_1 & \Delta A_k \end{bmatrix} = \bar{E}_1 H \bar{E}_1 + \bar{E}_2 H \bar{E}_2$$
$$\bar{E}_1 = \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{E}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}_1 = [F_1 \ F_2 C_{k1}], \bar{F}_2 = [F_2 C_1 \ F_1]$$

对上述闭环系统(4)的动态性能,本文考虑的 二次矩阵不等式区域D是满足下式的复平面上的 复点集^[6]

 $D = \{z \in C: R_{11} + R_{12}z + R_{12}^{T}z^{*} + R_{22}zz^{*} < 0\}$ 式中: R_{11} 、 R_{12} 、 $R_{22} \in R^{d \times d}$, R_{11} 、 R_{12} 为对称矩阵, d称为区域D的秩, z、 z^{*} 属于复数集。可见, D为关 于实轴对称的凸区域, 左半复平面及左半复平面任 意圆盘区域都是此类区域的特例。

定义 $1^{[14]}$ 若矩阵 A 的特征值均位于复平面 上的区域 D 中,即 $\sigma(A) \subset D$,则称 A 为 D 稳定的。

定义 2^[14] 考虑模型(1)及所有容许的不确定 性(3),若存在反馈跟踪系统(2),在给定标量γ>0 时,使得:

(1)外部扰动为零时,跟踪误差(4)渐近稳定;

(2)初始条件为零时,系统(4)具有 H_∞-γ性能, ||G_{zω} ||<γ,其中||G_{zω} ||表示为ω到z的闭环传函阵;

(3)系统(4)是**D**稳定的。

则系统(2)可称为是模型(1)的基于输出反馈的鲁 棒*H*_∞跟踪控制系统。

通过求解为模型(1)设计出形式如式(2)的跟踪控制系统。

引理 $1^{[15]}$ 给定 H_{∞} 性能指标 $\gamma > 0$,矩阵 $A \in C^{n \times n} \ge D$ 稳定当且仅当存在一个对称正定矩 阵 $P = P^{T} > 0$,使得

 $D(P,A) = R_{11} \otimes P + R_{12} \otimes (PA) +$

$$R_{12}^{\mathrm{T}} \otimes (A^{\mathrm{T}} P) + R_{22} \otimes (A^{\mathrm{T}} P A) < 0 \quad (5)$$

引理 2^[16] 设**\phi**为给定的一个对称矩阵,*H*和 *G* 是 适 当 维 数 的 矩 阵,那 么 对 所 有 满 足 $F^{T}(t)F(t) \leq I$ 的矩阵函数F(t),使得不等式

 $\boldsymbol{\Phi} + HF(t)G + G^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)H^{\mathrm{T}} < 0$

成立的充要条件是存在一个标量 $\varepsilon > 0$,使得 $\boldsymbol{\Phi} + \varepsilon H H^{T} + \varepsilon^{-1} G^{T} G < 0$

引理3(Schur补引理)^[17] 设 $\Psi_1 = \Psi_1^T, \Psi_3 =$ $\Psi_3^T,$ 则矩阵不等式 $\begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 \\ * & \Psi_3 \end{bmatrix} < 0$ 成立,等价于 $\Psi_3 < 0, \Psi_1 - \Psi_2 \Psi_3^{-1} \Psi_2^T < 0_\circ$

2 主要结果

定理1 闭环系统(4)是二次D稳定的,当且 仅当存在对称阵X > 0和标量 $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$,使得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta}_{11} & \boldsymbol{\Theta}_{12} & I_d \otimes XF_1^{\mathrm{T}} & I_d \otimes XF_2^{\mathrm{T}} \\ * & \boldsymbol{\Theta}_{22} & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

成立。取 $R_{22} = LL^T$,令 $P = X^{-1}$,其中

$$\boldsymbol{\Theta}_{11} = \boldsymbol{R}_{11} \otimes \boldsymbol{X} + \boldsymbol{R}_{12} \otimes \boldsymbol{A} \boldsymbol{X} + \boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{X} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{1} \boldsymbol{R}_{12} \boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{\bar{E}}_{1} \boldsymbol{\bar{E}}_{1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2} \boldsymbol{R}_{12} \boldsymbol{R}_{12}^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{\bar{E}}_{2} \boldsymbol{\bar{E}}_{2}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Theta}_{12} = \boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{X} \boldsymbol{\bar{A}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{1} \boldsymbol{R}_{12} \boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{\bar{E}}_{1} \boldsymbol{\bar{E}}_{1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2} \boldsymbol{R}_{12} \boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{\bar{E}}_{2} \boldsymbol{\bar{E}}_{2}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Theta}_{22} = -\boldsymbol{I}_{d} \otimes \boldsymbol{X} + \boldsymbol{\varepsilon}_{1} \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L} \otimes \boldsymbol{\bar{E}}_{1} \boldsymbol{\bar{E}}_{1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{2} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{2} + \boldsymbol{\varepsilon}_{2} \boldsymbol{R}_{2} \boldsymbol{R}_{$$

$$\epsilon_2 L^{\mathrm{T}} L \otimes \overline{E}_2 \overline{E}_2^{\mathrm{T}}$$

证明:用X对式(5)进行全等变换,代人系统矩 阵 \hat{A} ,运用Schur补引理及引理2即得证,其中 $\hat{A} = \bar{A} + \Delta \bar{A}_{\circ}$ 。

定理2 设 R_{11} 、 R_{12} 、 $R_{22} > 0$ 、对闭环系统(4) 和区域D及实数 $\gamma > 0$,若存在标量 ϵ_1 、 $\epsilon_2 > 0$ 和正 定对称矩阵X > 0,使得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{11} & \boldsymbol{\Gamma}_{12} & \boldsymbol{I}_d \otimes \boldsymbol{X} \boldsymbol{F}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{I}_d \otimes \boldsymbol{X} \boldsymbol{F}_2^{\mathrm{T}} \\ * & \boldsymbol{\Gamma}_{22} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ * & * & -\boldsymbol{\varepsilon}_1 \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ * & * & * & -\boldsymbol{\varepsilon}_2 \boldsymbol{I} \end{bmatrix} < \boldsymbol{0} \quad (7)$$

成立,则系统(4)满足定义2中性能(1)、(2)和(3)。 其中

$$\boldsymbol{\Gamma}_{11} = \boldsymbol{\Theta}_{11} + \boldsymbol{\gamma}^{-1} \boldsymbol{R}_{12} \otimes (\boldsymbol{X} \bar{\boldsymbol{C}}^{\mathrm{T}} \bar{\boldsymbol{C}} \boldsymbol{X}) + \\ \boldsymbol{\gamma}^{-1} \boldsymbol{R}_{12} \otimes (\bar{\boldsymbol{D}} \bar{\boldsymbol{D}}^{\mathrm{T}}) \\ \boldsymbol{\Gamma}_{12} = \boldsymbol{\Theta}_{12} \\ \boldsymbol{\Gamma}_{22} = \boldsymbol{\Theta}_{22}$$

证明:首先式(7)成立一定有式(6)成立,所以 闭环系统(4)是D稳定的。其次,由定理1证明过 程的逆过程可得式(7)等价于

$$D\left(P, \, \widehat{A}\,
ight) + \gamma^{-1}R_{12} \otimes \left(X ar{C}^{ ext{T}} ar{C} X
ight) + \gamma^{-1}R_{12} \otimes \left(ar{D} ar{D}^{ ext{T}}
ight) < 0$$

由 R_{11} 、 R_{12} 、 R_{22} >0及P、X>0可得

 $A^{\mathrm{T}} P + P A + \gamma^{-1} P \overline{D} \overline{D}^{\mathrm{T}} P + \gamma^{-1} \overline{C}^{\mathrm{T}} \overline{C} < 0$ 再通过界实定理^[17]得,系统(4)渐近稳定且具有 H_{∞} 性能。证毕。

以下推导基于输出反馈的滤波系统(2)的设 计方法。式(7)关于矩阵变量*X*是非线性的,先利 用Schur补引理将式(7)等价表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_1 & \boldsymbol{\Psi}_2 \\ * & \boldsymbol{\Psi}_3 \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

其中

$$\begin{split} \Psi_{1} &= \begin{bmatrix} \Psi_{11} & L \otimes X\bar{A}^{\mathrm{T}} & R_{12}^{\frac{1}{2}} \otimes (X\bar{C}^{\mathrm{T}}) & R_{12}^{\frac{1}{2}} \otimes \bar{D} \\ * & -I_{d} \otimes X & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & & -\gamma I & 0 \\ * & * & & * & -\gamma I \end{bmatrix} \\ \Psi_{11} &= R_{11} \otimes X + R_{12} \otimes \bar{A}X + R_{12}^{\mathrm{T}} \otimes X\bar{A}^{\mathrm{T}} \\ \Psi_{2} &= \begin{bmatrix} I_{d} \otimes X\bar{F}_{1}^{\mathrm{T}} & I_{d} \otimes X\bar{F}_{2}^{\mathrm{T}} & R_{12} \otimes \bar{E}_{1} & R_{12} \otimes \bar{E}_{2} \\ 0 & 0 & L^{\mathrm{T}} \otimes \bar{E}_{1} & L^{\mathrm{T}} \otimes \bar{E}_{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Psi_{3} &= \mathrm{diag}\{-\epsilon_{1}I, -\epsilon_{2}I, -\epsilon_{1}^{-1}I, -\epsilon_{2}^{-1}I\} \\ & \mathrm{th} \, \mathrm{th} \, \mathrm{TI} \, \mathrm{H} \, \mathrm{th} \, \mathrm{TI} \, \mathrm{SH} \, \mathrm{th} \, \mathrm{th} \, \mathrm{th} \, \mathrm{TI} \, \mathrm{SH} \, \mathrm{th} \, \mathrm{th} \, \mathrm{SH} \, \mathrm{SH}$$

定理3 给定二次矩阵不等式区域D及常数 $\gamma > 0$,对闭环系统(4),考虑式(3)形式的摄动,若存 在常数 $\epsilon_i > 0$ (i = 1, 2),正定对称阵 $S, T \in \mathbb{R}^{n \times n}$,以 及矩阵 $U, V \in \mathbb{R}^{n \times n}, Y \in \mathbb{R}^{n \times n}, Z \in \mathbb{R}^{n \times q}, N_1 \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 和 $N_2 \in \mathbb{R}^{n \times m}$,使得式

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ * & r_3 \end{bmatrix} < 0 \tag{9}$$

成立,则系统(4)满足性能定义2中指标(1)、(2)和(3)。其中

$$\begin{split} r_{1} &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ * & r_{22} & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} \\ r_{11} &= R_{11} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{22} + R_{12} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{12} + R_{12}^{T} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{12}^{T} \\ r_{12} &= K \otimes \boldsymbol{\Phi}_{12}, r_{22} = -I_{d} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{22} \\ r_{13} &= R_{12}^{\frac{1}{2}} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{13}, r_{14} = R_{12}^{\frac{1}{2}} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{14} \\ r_{2} &= \begin{bmatrix} I_{d} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{15} & I_{d} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{16} & R_{12} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{17} & R_{12} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{18} \\ 0 & 0 & L^{T} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{17} & L^{T} \otimes \boldsymbol{\Phi}_{18} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_{3} &= \text{diag} \{ -\epsilon_{1}I, -\epsilon_{2}I, -\epsilon_{1}^{-1}I, -\epsilon_{2}^{-1}I \} \\ \boldsymbol{\Phi}_{12} &= \begin{bmatrix} SA + ZC_{1} & Y \\ A & AT + BN_{1}^{T} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Phi}_{22} &= \begin{bmatrix} S & I \\ I & T \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Phi}_{13} &= \begin{bmatrix} C_{2}^{T} \\ TC_{2}^{T} - UC_{k2}^{T} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Phi}_{14} &= \begin{bmatrix} SD \\ D \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Phi}_{15} &= \begin{bmatrix} F_{1}^{T} \\ TF_{1}^{T} + UC_{k1}^{T}F_{2}^{T} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Phi}_{16} &= \begin{bmatrix} C_{1}^{T}F_{2}^{T} \\ TC_{1}^{T}F_{2}^{T} + UF_{1}^{T} \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\Phi}_{15} &= \begin{bmatrix} SE_{1} \\ R_{17} &= \begin{bmatrix} SE_{1} \\ R_{1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Phi}_{18} &= \begin{bmatrix} VE_{2} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{it III} : \Re X \Re X^{-1} \mathcal{H} \mathcal{H} \mathcal{H} \\ X = \begin{bmatrix} T & U \\ U^{T} & * \end{bmatrix}, X^{-1} &= \begin{bmatrix} S & V \\ V^{T} & * \end{bmatrix} \end{split}$$

式中 $S,T \in \mathbb{R}^{n \times n}, U, V \in \mathbb{R}^{n \times k}, S, T$ 为正定对称矩阵, "*"表示任意矩阵块。取

$$X_{1} = \begin{bmatrix} S & I \\ V^{\mathsf{T}} & 0 \end{bmatrix} X_{2} = \begin{bmatrix} I & T \\ 0 & U^{\mathsf{T}} \end{bmatrix}$$

则有 $XX_1 = X_2$ 且

$$VU^{\mathrm{T}} = I - ST \tag{10}$$

用 diag { *X*₁, *X*₁, *I*, *I*, *I*, *I*, *I*, *I*} 对不等式(8)实施 全等变换,结合式(10),并令

$$\begin{cases} W = VA_k, Z = VB_k \\ N_1 = UC_{k1}^T, N_2 = UC_{k2}^T \\ Y = SAT + ZC_1T + SBN_1^T + WU^T \end{cases}$$
(11)

即可得到式(9)。

综上所述,式(9)是关于矩阵变量S、T、Y、Z、 N_1 、 N_2 、U和V的线性矩阵不等式。再在式(10)的 约束下结合式(11)即可求出使闭环系统(4)满足定 义 2中性能(1),(2)和(3)的输出反馈滤波系统(2) 各增益矩阵 A_k 、 B_k 、 C_{k1} 和 C_{k20} 。

3 算例与仿真

考虑某型警用无人飞行器在高度为30m、速 度为5m/s时,纵向运动参数

$$A = \begin{bmatrix} -2.5285 & -0.1051 & 0.4875 \\ 0.5063 & -2.1027 & -0.0096 \\ -0.2583 & 0.3018 & -2.7586 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} -2.0863 \\ 1.0683 \\ -5.5902 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -0.5285 \\ 0 \\ -1.0583 \end{bmatrix}$$
$$C_1 = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$
$$C_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

不确定部分参数

 $E_1 = [0.6 \quad 0.8 \quad 0.7]^{\mathrm{T}}, E_2 = [0.04 \quad 0.06 \quad 0.08]^{\mathrm{T}}$

 $F_1 = [0.5 \quad 0.5 \quad 0.5], F_2 = 0.8$

预期将闭环系统(4)的极点配置于左半复平面 的圆盘区域D(-4,3.6),干扰抑制指标 $\gamma = 0.5$ 。 根据定理2,适当选择 $\epsilon_1,\epsilon_2 > 0$ 的值,在式(9)存在 可行解的条件下,使系统(4)满足定义2中性能指 标(1)、(2)和(3)的输出反馈滤波系统(2)各增益 矩阵为

$$A_{k} = \begin{bmatrix} -1.590 \ 4 & -3.104 \ 0 & 0.617 \ 3 \\ 0.801 \ 1 & -2.619 \ 3 & 1.216 \ 9 \\ -0.258 \ 7 & 0.012 \ 7 & -2.971 \ 4 \end{bmatrix}$$
$$B_{k} = \begin{bmatrix} 24.895 \ 4 \\ 16.708 \ 4 \\ -6.016 \ 2 \end{bmatrix}$$
$$C_{k1} = \begin{bmatrix} -0.002 \ 3 & 0.020 \ 2 & -0.361 \ 3 \end{bmatrix}$$
$$C_{k2} = \begin{bmatrix} 0.030 \ 2 & -0.137 \ 5 & -1.182 \ 4 \end{bmatrix}$$
$$\mathbb{R} H(t) = \sin(t), t \ 5 \ \text{K} \ \text$$

 $H^{T}(t)H(t) \leq I$,得闭环系统(4)在各时间点的极 点群分布如图1所示。

在无外部扰动情况下,给定系统初始状态,闭 环系统(4)状态响应如图2所示。由图1可知闭环 系统的极点均分布在指定的区域内。由图2可 知,系统是渐近稳定的,从而达到了设计目标。由 图3可知,系统的跟踪误差是收敛的,在有限时间 内收敛于零的邻域,说明本文所设计的方法是有 效的。



Fig.1 Pole distribution of closed-loop systems







4 结 论

考虑被控系统及反馈滤波系统同时存在不确 定性的情况下,闭环系统渐近稳定,滤波误差输出 对干扰的抑制性能指标小于给定上界,并把闭环系 统极点配置于复平面上指定区域。以线性矩阵不 等式形式得出输出反馈滤波系统的可解性条件,给 出了极点区域约束滤波系统的设计方法。运用该 方法对某型警用无人飞行器纵向运动进行仿真验 证,仿真结果也表明了该方法的有效性。

参考文献:

- [1] YANG Guanghong, CHE Weiwei. Non-fragile H_∞ filter design with additive gain variations[C]//Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. San Diego, USA: IEEE, 2006: 4775-4780.
- [2] 刘斌,毛钦.基于极点配置的随机时延网络控制器设计[J].计算机工程,2019(5):66-71.
 LIU Bin, MAO Qin. Design of a random delay network controller based on pole allocation[J]. Computer Engineering, 2019(5):66-71.
- [3] ZHANG K, SHI Y. Adaptive model predictive control for a class of constrained linear systems with parametric uncertainties[J]. Automatica, 2020, 117: 108-974.
- [4] LEE L. Decentralized pole placement controller design for networks of linear systems[C]//Proceedings of 2017 IEEE the 56th Annual Conference on Decision and Control. Melbourne, Australia: IEEE, 2017: 463-468.
- [5] HU Y, GOU L, FAN D, et al. An adaptive model predictive control strategy for a class of discrete-time linear systems with parametric uncertainty[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2021, 35(12): 2389-2405.
- [6] BELOTTI R, RICHIEDEI D. Pole assignment in vibrating systems with time delay: An approach embedding an a-priori stability condition based on linear matrix inequality[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 137: 1-13.
- [7] ZHU B, ZHENG Z, XIA X. Constrained adaptive model-predictive control for a class of discrete-time linear systems with parametric uncertainties[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2019, 65(5): 2223-2229.
- [8] 黄英博,吕永峰,赵刚,等.非线性主动悬架系统自适应 最优控制[J].控制与决策,2022,37(12):3197-3206.
 HUANG Yingbo, LYU Yongfeng, ZHAO Gang, et al. Adaptive optimal control for nonlinear active suspension systems[J].Control and Decision, 2022, 37 (12):3197-3206.
- [9] TYUKIN I Y, STEUR E, NIJMEIJER H, et al.

Adaptive observers and parameter estimation for a class of systems nonlinear in the pa-rameters[J]. Automatica, 2013, 49(8): 2409-2423.

- [10] YAN Ze, LAI Xuzhi, MENG Qingxin, et al. A novel robust control method for motion control of uncertain single-link flexible-joint manipulator[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021,51(3): 1671-1678.
- [11] WANG L, WANG H, LIU P, et al. Fuzzy finitetime command filtering output feedback control of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2020, 30(1): 97-107.
- [12] 王兴平,迟殿委.一类非线性大系统的动态递阶输出 反 馈 镇 定 [J/OL]. 控 制 理 论 与 应 用, 2023: 1-8
 [2023-11-22]. https://link. cnki. net/urlid/44.1240. TP.20231122.1116.002.

WANG Xingping, CHI Dianwei. Dynamic hierarchical output feedback stabilization of a class of nonlinear large-scale systems [J/OL]. Control Theory and Applications, 2023: 1-8[2023-11-22]. https://link.cnki. net/urlid/44.1240.TP.20231122.1116.002.

[13] KWON S J. Robust Kalman filtering with perturbation estimation process for uncertain systems[J]. IEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2006, 153 (5): 600-606.

- [14] ZHANG S, WANG Z, DING D, et al. On design of robust fault detection filter in finite-frequency domain with regional pole assignment[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Express Briefs, 2015, 62 (4): 382-386.
- [15] VALTER J, LEITE S, PEDRO L. An improved LMI condition for robust D-stability of uncertain polytopic systems[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2003, 48(3): 500-504.
- [16] 杨冬梅,孙义兵.不确定奇异分数阶互联系统非脆弱 分散H∞控制[J].东北大学学报(自然科学版),2023, 44(2):153-161.

YANG Dongmei, SUN Yibing. Non fragile decentralized H_{∞} for uncertain singular fractional order interconnected systems control[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science Edition), 2023, 44(2): 153-161.

[17] FRIDMAN E, SHAKED U. New bounded real lemma representations for time-delay systems and their applications[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(12): 1973-1979.

(编辑:张蓓)