DOI:10.16356/j.1005-2615.2019.05.001

## 空间相关性约束联合子空间追踪的高光谱图像稀疏解混

孔繁锵1 朱 成1 徐 诚2 周永波1

(1.南京航空航天大学航天学院,南京,210016;2.南京航空航天大学无人机研究院,南京,210016)

摘要:通过深入分析高光谱图像空间相邻数据之间的空间相关性,提出一种利用空间相关性进行约束的 联合子空间追踪解混(Spatial correlation constrained simultaneous subspace pursuit, SCCSSP)方法。该方法 首先基于分块思想将高光谱图像进行分块处理,然后在图像块的端元提取步骤中,结合空间相关性特征 对端元的提取进行约束,从而确保当前端元支撑集相对于高光谱图像残差是最优的。在丰度估计中将图 像块的端元集合合并作为整幅图像的端元支撑集,通过求解非负性约束的最小二乘法获得丰度重建图 像。模拟图像数据实验结果表明,本文方法在同等条件下能够获得更高的信号重构误差,且解混运算时 间低于凸优化算法。在实际图像数据实验中,本文方法丰度图像稀疏度最低,取得了仅次于SUnSAL-TV 算法的图像重建误差,其所得到的丰度重建图像也取得了更好的视觉效果。实验结果验证了本文方法具 有更高的解混精度。

关键词:高光谱图像;高光谱解混;稀疏解混;贪婪算法;多重测量向量
 中图分类号:TP751
 文献标志码:A
 文章编号:1005-2615(2019)05-0577-09

## Spatial Correlation Constrained Simultaneous Subspace Pursuit for Sparse Unmixing of Hyperspectral Imagery

KONG Fanqiang<sup>1</sup>, ZHU Cheng<sup>1</sup>, XU Cheng<sup>2</sup>, ZHOU Yongbo<sup>1</sup>

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China; 2. Research Institute of UAV, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:**Based on the analyses of the interpixel correlation in the hyperspectral imagery, a spatial correlation constrained simultaneous subspace pursuit (SCCSSP) method is proposed. The method uses a block – processing strategy to divide the whole hyperspectral imagery into several blocks. In each block, the spatial correlation information is added to improve the accuracy of endmember selection, and ensures that the estimated endmember set is optimal to the current hyperspectral image residuals. The endmembers picked in each block is associated as the endmember sets of the whole hyperspectral imagery. Finally, the abundances are estimated by the nonnegative least squares method with the obtained end member sets. The results of simulated images experiment show that the proposed method can obtain higher signal reconstruction error under the same condition, and the time of unmixing operation is lower than the convex optimization algorithms. In the real images experiment, this method has the lowest sparsity of the abundance images, and is second only to the SUnSAL-TV algorithm in image reconstruction error. In addition, the reconstructed images obtained by this method obtain better visual effects. To sum up, experimental results on both simulated images and real images indicate that the hyperspectral unmixing accuracy of the SCCSSP algorithm

基金项目:国家自然科学基金(61401200)资助项目。

收稿日期:2018-10-16;修订日期:2018-11-18

通信作者:孔繁锵,男,副教授,E-mail:kongfq@nuaa.edu.cn。

**引用格式:**孔繁锵,朱成,徐诚,等. 空间相关性约束联合子空间追踪的高光谱图像稀疏解混[J]. 南京航空航天大学学报,2019,51(5):577-585. KONG Fanqiang, ZHU Cheng, XU Cheng, et al. Spatial Correlation Constrained Simultaneous Subspace Pursuit for Sparse Unmixing of Hyperspectral Imagery[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2019,51(5):577-585.

is higher than that of the traditional methods.

Key words: hyperspectral imagery; hyperspectral unmixing; sparse unmixing; greedy algorithm; multiplemeasurement vector

相比于多光谱图像和全色图像,高光谱图像 不仅可以获得图像上每个点的光谱数据,还可以 获得任一个谱段的影像信息,因此可以更有效地 对地物进行分析和识别,因此在国土资源利用、地 质勘探、海洋资源普查、战场环境侦测以及伪装目 标识别等民用和军事领域具有广阔的应用前景。 但是由于高光谱相机较低的空间分辨率以及复杂 多样的地表环境,高光谱相机的瞬时视场内常包 含有多种地物,这导致高光谱遥感图像单个像元 往往是由多种地物的反射光混合组成,从而形成 了混合像元<sup>[1]</sup>。高光谱图像解译、地物识别与分 类等工作受到了混合像元较大的干扰。因此,实 现混合像元的可靠分解是推广高光谱成像技术应 用面临的重大难题。

线性光谱混合模型假定高光谱相机传感器获 得的像元光谱向量为多个地物光谱向量的线性组 合,是业界学者研究投入最多、成果最丰硕的光谱 混合模型。在基于线性混合模型的高光谱混合像 元分解中,传统的做法是首先利用N-FINDR<sup>[2]</sup>等 端元提取算法分辨出混合像元中包含的端元种类, 再通过丰度反演来实现高光谱图像解混<sup>[36]</sup>。近年 来,随着对稀疏表示理论研究的日益深入,一些学 者开始尝试将稀疏思想引入混合像元分解模型中, 用已获得的光谱库代替传统方法中求取的端元集 合用于对混合像元进行解混,形成了稀疏解混 方法<sup>[7]</sup>。

稀疏解混方法目前主要分为凸优化和贪婪算 法两类。主流的凸优化算法有 SUnSAL<sup>[8]</sup>, CSUn-SAL<sup>[9]</sup>、迭代加权L1正则化<sup>[10]</sup>、SUnSAL-TV<sup>[11]</sup>算法 等,这些方法在高光谱混合像元分解中用L1范数 代替L。范数。L1范数基本上能够在完成对丰度系 数的稀疏性约束,而且将 NP-Hard 问题转化为了 凸优化问题,从而能够快速给出最优解。但是其最 大的缺点是计算复杂度较高,不适用于对大尺寸高 光谱图像进行解混。另外凸优化算法不能够像贪 婪算法那样直接从光谱库中提取端元来控制稀疏 解混的稀疏性,而混合像元中端元的数量与光谱库 中光谱曲线数相比是非常小的,这使得算法的解混 效果受到了某种程度的负面影响。典型的贪婪算 法有正交基追踪算法(Orthogonal matching pursuit, OMP) 和子空间匹配追踪算法 (Subspace matching pursuit, SMP)等<sup>[7]</sup>, 然而在端元选择机制 中,由于光谱库中端元具有较强的相关性,SMP及

OMP算法容易进入局部最优的陷阱,对此,文献 [12]将多重测量向量(Multiple measurement vector,MMV)模型引入到稀疏解混方法当中,提出了 联合正交匹配追踪(Simultaneous orthotrogonal matching pursuit, SOMP)和联合子空间追踪(Simultaneous subspace pursuit,SSP)等联合稀疏解混 方法。SOMP算法采用联合稀疏解混模型并结合 分块策略来减小局部最优问题的影响,相比OMP 和MP算法等算法能更准确得到全局最优解,但在 每个分块的端元洗择机制上缺少对已入洗端元是 否满足当前最优条件的检验,即待选端元进入端元 支撑候选以后永久添加,而不会遭到去除。这使得 提取的端元集合存在较多冗余端元,而这些冗余端 元则影响了实际端元的丰度重建精度。SSP算法 在端元选择机制上对已入选端元进行检验并能保 证新的端元的增加,但SSP算法不能保证当次迭 代更新后的残差一定小于前一次残差,即增加或删 除端元对残差的影响,从而影响了下一次迭代更新 中端元选择的效率和性能。

为了提高高光谱解混的精度,本文提出了一种 空间相关性约束联合子空间追踪的高光谱图像解 混方法,在端元选择机制中,结合空间相关性特征 来约束端元的提取,能更准确地从已知光谱库中提 取实际端元,从而进一步提高混合像元分解的精 度。实验结果表明,相比SOMP,SMP等稀疏解混 算法,本文方法具备更好的解混效果,验证了算法 的有效性。

### 1 联合稀疏解混模型

线性高光谱混合模型假设混合像元是端元经 线性组合而成,因此线性光谱混合模型可表示为

$$y = Ax + n \tag{1}$$

式中: $y \in \mathbb{R}^{L \times 1}$ 为高光谱图像中的单一混合像元;  $A \in \mathbb{R}^{L \times M}$ 为光谱库,M为光谱库中包含的光谱数 量; $x \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 为端元的丰度向量; $n \in \mathbb{R}^{L \times 1}$ 为噪声 分量。在线性光谱混合模型中,丰度向量x需同时 满足非负约束( $x_j \ge 0, j = 1, \dots, M$ )及和为一约束

$$\left(\sum_{j=1}^{M} x_{j} = 1\right)$$
 两项约束条件。

由于真实高光谱图像中包含的端元数一般远 小于光谱库中的端元数,特定端元出现在某一混合 像元中的概率较小,因此由混合像元的丰度系数向 量组成的丰度系数矩阵具有行稀疏特性。而且邻 近的混合像元包含的地物种类和丰度较为相似,因 此图像具备了空间相关性。因此,针对这些特征, 文献[9]提出了联合稀疏解混模型

$$Y = AX + N \tag{2}$$

式中: $Y \in \mathbb{R}^{L \times K}$ 为表示K个像元在L个波段下的观测值; $X \in \mathbb{R}^{M \times K}$ 为丰度矩阵;N为噪声矩阵。那么,联合稀疏解混模型可表示为

$$\begin{split} \min_{X} \|X\|_{row-0} \quad \text{s.t.} \ \|Y - AX\|_{F} \leq \delta, X \geq 0 \ (3) \\ \vec{X} + \|X\|_{row-0} \ \vec{X} \neq E \ E \ E \ Y + E \ \vec{X} \neq \vec{X} \\ \vec{X} > 0 \ \vec{X} \\ \vec{X} = E \ \vec{X} + E \ \vec{X} \\ \vec{X} = E \ \vec{X} \ \vec{X} \\ \vec{X} = E \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} = E \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} = E \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} \ \vec{X} = E \ \vec{X} \ \vec$$

文献[13]论证了如下不等式是式(3)表示的问题在无噪声条件下具有唯一解的充要条件

$$\|X\|_{\operatorname{row}_{-0}} < \frac{[\operatorname{Spark}(A) - 1 + \operatorname{Rank}(Y)]}{2}$$
(4)

式中:Spark(A)为光谱库A中可能线性相关的最 小列向量的个数。由于高光谱图像数据的波段数 L以及高光谱图像中的混合像元的数量K远超高 光谱图像中包含的地物种类,因此可以认为式(3) 表示的问题具有唯一解。

# 2 基于空间相关性约束联合子空间 追踪算法

由于高光谱数据中相邻像素所涉及的物质相 似,这些相邻的像素通常包含相同的物质,因而具 有空间相关性。现有研究表明,利用高光谱图像空 间相邻数据之间的信息进行高光谱图像解混可以 有效提高解混性能,如文献[11]把全变差算子作为 约束项添加到解混模型中,文献[14]将非局部均值 算子为约束项添加到解混模型中,获得了较好的解 混性能。因此,本文将空间相关性作为约束项添加 到端元提取步骤中的丰度系数求解模型中,有

$$X \leftarrow \arg\min_{X \in \mathbb{R}^{S \times \kappa}} Q_r(X, S) = \frac{1}{2} \left\| A_S X - Y \right\|_F^2 + \frac{\lambda}{2} G(X)$$
(5)

式中: $A_s$ 表示S个端元的集合; $Q_r(X,S)$ 表示在端元集合 $A_s$ 下残差最小估值;G(X)为X的空间相关性约束项; $\lambda > 0$ 为空间相关性约束的惩罚参数。

通过进一步分析高光谱图像像素的空间相关 性,可以发现这种空间相关性往往表现为像素间的 平滑性,因此空间相关性约束项可以用梯度模型来 表示

$$G(X) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{K} \sum_{j \in \Lambda_i} w_{ij} \| x_i - x_j \|_{2}^{2}$$
(6)

式中: $j \in \Lambda_i$ 为 $x_i$ 的邻域, $w_{ij}$ 为梯度的权重系数。 本文中,像素 $x_i$ 的邻域大小为3×3,如图1所示, 将  $\sum_{j=1}^{8} w_{ij} \| x_i - x_j \|_2^2$  作为  $x_i$  的梯度,其梯度函数及 权重系数如下,有





Fig.1 Eight-neighbour structure used for gradient evaluation

采用文献[15]的方法将式(6)展开,亦可以转 化为如下形式

$$G(\boldsymbol{X}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^{K} w_{ij} \|\boldsymbol{x}_{i} - \boldsymbol{x}_{j}\|_{2}^{2} = \sum_{i=1}^{K} \boldsymbol{x}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_{i} \boldsymbol{D}_{ii} - \sum_{i,j=1}^{K} w_{ij} \boldsymbol{x}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x}_{j} = \operatorname{Tr}(\boldsymbol{X} \boldsymbol{D} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} - \operatorname{Tr}(\boldsymbol{X} \boldsymbol{W} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}) = \operatorname{Tr}(\boldsymbol{X} \boldsymbol{L} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}})$$
(8)

式中:Tr(·)为矩阵的迹;D为对角矩阵;L=D-W为半正定矩阵。将式(8)代入式(5),可以得到

$$X \leftarrow \arg\min_{X \in \mathbb{R}^{S \times K}} Q_r(X, S) = \frac{1}{2} \left\| A_s X - Y \right\|_F^2 + \frac{\lambda}{2} G(X) = \frac{1}{2} \left\| A_s X - Y \right\|_F^2 + \frac{\lambda}{2} \operatorname{Tr}(XLX^{\mathsf{T}})(9)$$

针对式(9)的全局优化解问题,可对式(9)求导 可得

 $\nabla Q_r(X;S) = A_S^{\mathrm{T}} A_S X + \lambda X L - A_S^{\mathrm{T}} Y = 0 \quad (10)$ 

式(10)则为Lyapunov方程,可以转化为如下 紧凑的形式

$$\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{B}_2 = \boldsymbol{B}_3 \tag{11}$$

式中: $B_1 = A_s^T A_s, B_2 = \lambda L 和 B_3 = A_s^T Y_o$ 采用文 献[16]的 Lyapunov 方程求解方法,对矩阵 $B_1 和 B_2$ 进行 QR 分解得到对应的正交矩阵与一个上三角 矩阵的积,其中 U和 V为正交矩阵

$$R = U^{\mathsf{T}} B_{1} U = \begin{bmatrix} R_{11} & & 0 \\ R_{21} & R_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ R_{p1} & R_{p2} & \dots & R_{pq} \end{bmatrix}$$
(12)  
$$M = V^{\mathsf{T}} B_{2} V = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1q} \\ & S_{22} & \cdots & S_{2q} \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & S_{pq} \end{bmatrix}$$
(13)

对式(11)左右两边分别乘以U<sup>™</sup>和V,则可以 得到

$$(Y^{\mathsf{T}}B_{1}U)(U^{\mathsf{T}}XV) + (U^{\mathsf{T}}XV)(V^{\mathsf{T}}B_{2}V) = (U^{\mathsf{T}}B_{3}V)$$
(14)

$$\Rightarrow RZ + ZM = F \tag{15}$$

式中:F和Z分别为

$$F = U^{\mathrm{T}} B_{3} V = \begin{bmatrix} F_{11} & \cdots & F_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{p1} & \cdots & F_{pq} \end{bmatrix}$$
(16)  
$$Z = U^{\mathrm{T}} X V = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$
(17)

 $Z = U^{T} X V = \begin{bmatrix} \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{p1} & \cdots & Z_{pq} \end{bmatrix}$ (17) E **P**  $\Pi M$   $\Im$   $E = \Phi$   $\Pi M$   $\Im$   $Z_{pq}$ 

由于 R 和 M 为上三角矩阵,因此对式(14)逐行展开,则有

$$\boldsymbol{R}_{kk}\boldsymbol{Z}_{kl} + \boldsymbol{Z}_{kl}\boldsymbol{M}_{ll} = \boldsymbol{F}_{kl} - \sum_{j=1}^{k-1} \boldsymbol{R}_{kj}\boldsymbol{Z}_{jl} - \sum_{i=1}^{l-1} \boldsymbol{Z}_{ki}\boldsymbol{M}_{il} \quad (18)$$

式中: $k=1,2,\dots,p$ ; $l=1,2,\dots,q$ 。通过式(18)可 以逐步求出矩阵Z的第一行系数 $Z_{11},Z_{21},\dots,Z_{p1}$ ,然 后将 $Z_{11},Z_{21},\dots,Z_{p1}$ 作为已知解代入式(18),则可 以得到矩阵Z的第二行解 $Z_{12},Z_{22},\dots,Z_{p2}$ ,依次类推 则可以得到矩阵Z的全部系数。然后将求得的Z 代入式(17)则可以得到

$$X = UZV^{\mathrm{T}}$$
(19)

将求得的*X*代入式(9),则可以得到残差评估 值*Q<sub>r</sub>*(*X*,*S*)

$$Q_{r}(\boldsymbol{X},\boldsymbol{S}) = \frac{1}{2} \left\| \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{S}} \boldsymbol{X} - \boldsymbol{Y} \right\|_{\mathrm{F}}^{2} + \frac{\lambda}{2} \operatorname{Tr}(\boldsymbol{X} \boldsymbol{L} \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}) \quad (20)$$

针对 SSP 算法的缺点,本文结合空间相关性 特征来约束端元的剔除,在选出符合条件的端元加 入端元集合之后,再用结合空间相关性约束的残差 最小准则评估所有在端元支撑候选集中的端元,按 照残差最小准则删除端元集合中不符合要求的多 余端元,从而确保当次端元支撑候选集相对于当前 的高光谱图像残差始终是最优的。所以,针对初步 刷选后的端元集合 V中的所有端元,按照结合空 间相关性约束的残差最小准则评估每个端元,由式 (9,20)可得

$$\begin{cases} c = \arg\min_{c \in V} Q_r(X, V/c) \\ X = \arg\min_{X \in \mathbb{R}^{(S/c) \times K}} Q_r(X, V/c) \end{cases}$$
(21)

根据式(21)得到残差最小的端元c后,从端元 集合V中剔除,则V = V/c。

因此,本文提出了基于空间相关性约束联合子 空间追踪算法,该方法需要将完整的图像分割为多 个图像子块。然后针对每个子块,先通过初步测试 吸收恰当的端元加入端元支撑集,接着利用结合空 间相关性约束的残差最小准则又一次筛选入选端 元支撑集中的端元,剔除里面的冗余端元。对所有 图像块完成端元提取后,将所有图像块的端元支撑 集合并作为整幅高光谱图像的端元支撑集,接着利 用非负性约束的最小二乘法进行丰度估计。SCC-SSP算法的具体步骤如下所示。

(1) 初始化:将高光谱图像划分为若干大小相同的图像块 $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_B]$ ,端元集 $A_s = \emptyset$ 。

(2) 图像块 *b* 初始化: 端元子集  $A_{s_b} = \{ \text{相应于} \| Y_b^T A_i \|_2$  最大的 *m* 个光谱端元 \}, 残差  $R_b^0 = Y_b - A_{s_b} (A_{s_b}^T A_{s_b})^{-1} A_{s_b}^T Y_b, k = 1_o$ 

(3)图像块b端元提取:

(a)  $V = A_{s_b} \bigcup \{ 相应 \in \| (\mathbf{R}^{k-1})^T A_i \|_2$ 最大的 *m* 个光谱端元 \}。

(b)  $c = \arg\min_{x \in V} Q_r(X, V/c)_{\circ}$ 

(c) 剔除端元:V = V/c。

(d)若端元子集 V中端元光谱数小于等于m, 则令 $A_{s_{b}} = V$ ,并执行步骤(e);否则,返回步骤(b), 继续剔除端元。

(e) 更新残差:
$$\mathbf{R}_{b}^{k} = \mathbf{Y}_{b} - A_{S_{b}} (A_{S_{b}}^{\mathsf{T}} A_{S_{b}})^{-1} A_{S_{b}}^{\mathsf{T}} \mathbf{Y}_{b}$$
。  
(f) 迭代停止判断: $\frac{\left| \left\| \mathbf{R}_{b}^{k} \right\|_{\mathsf{F}} - \left\| \mathbf{R}_{b}^{k-1} \right\|_{\mathsf{F}} \right|}{\left\| \mathbf{R}_{b}^{k-1} \right\|_{\mathsf{F}}} \leqslant \delta$ ,迭

代停止,输出端元子集 $A_{s_{a}}$ ;否则, $k \leftarrow k+1$ ,返回步骤(a),继续迭代。

(4) 合并端元子集: $A_s = A_s \cup A_{sho}$ 

(5) 丰度估计:利用提取的端元集合 $A_s$ 进行丰度估计: $X \leftarrow \arg \min ||A_s X - Y||$ ,s.t. $X \ge 0$ 。

## 3 实验结果与分析

本文实验通过与凸优化算法(SUnSAL,CS-UnSAL,SUnSAL-TV算法)和贪婪算法(SOMP, SMP,SSP)对混合像元进行解混的结果进行对比, 验证本文算法的性能。在实验中,各种算法的参数 均被调整到最优。本文实验均完成于运行Windows 7 操作系统的Intel Core2 Duo E7500@2.93 GHz,内存2 GB的Dell微型计算机,Matlab版本为 2009b。

#### 3.1 模拟图像数据实验

在本实验中,采用信号重构误差(Signal to reconstruction error, SRE)作为评估算法优劣的依据。 定义 SRE  $\equiv E[||X||_2^2]/E[||X - \hat{X}||], X$ 为实际的 混合像元丰度系数向量, $\hat{X}$ 为通过解混算法求得的 丰度系数向量。SRE 用 dB 表示为: SRE(dB)  $\equiv$  10log<sub>10</sub>(SRE)。SRE 越高,表明算法 的解混精度越高。从美国地质勘探局 USGS splib06<sup>[17]</sup>光谱库中选择498条光谱组成本实验中采用的光谱库。在模拟数据实验中选取光谱库A中15个光谱曲线作为实际端元,其中5个光谱曲线如

图 2 所示,其余光谱曲线为 Nontronite NG-1.a, Anthophyllite HS286.3B, Spodumene HS210.3B, Wollastonite HS348.3B, Labradorite HS17.3B, Pigeonite HS199.3B和Grossular WS484。



3.1.1 模拟图像数据1实验

模拟图像数据1采用文献[12]中的模拟图像数据2案验1中的数据,模拟图像数据1生成6组分别对应端元数5,7,9,11,13和15的具有空间相关性的高光谱模拟图像数据。每组模拟数据都是由64×64个混合像元构成。生成模拟数据1后,向每组模拟图像数据中分别添加SNR=20,25,30,35,40,45,50 dB的高斯噪声,形成7幅高光谱模拟图像。

图 3 为 30 dB高斯噪声下不同端元数时模拟图 像数据 1 解混结果对比,从图中可以看出 SUnSAL 在 5~15 端元数时 SRE 最低,SCCSSP 和 SMP 算 法性能最好,SCCSSP性能要稍高于 SMP 算法,在 30 dB高斯噪声下平均提高了 0.277 dB。SOMP 算 法和 SSP 算法性能相近但都要低于 SCCSSP 算 法,SCCSSP 与 SSP 算法相比,可以看出在不等端 元数条件下,SCCSSP 算法的 SRE 值都要高于 SSP 算法,在 30 dB高斯噪声下平均提高了 4.86 dB。图 4 为 20~50 dB SNR 的高斯噪声下 7 端元 模拟图像数据 1 解混结果对比,可以看到随着 SNR 的提高,各种算法的信号重构误差 SRE 逐渐提高。



图 3 30 dB高斯噪声下不同端元数时模拟图像数据1解混 结果

Fig.3 Results on the simulated data 1 of different endmember number with 30 dB white noise



图4 7端元数时不同 SNR 高斯噪声的模拟图像数据1解 混结果

由图可知,SCCSSP的SRE值在大部分情况下都 是最高的。与SSP算法相比,SCCSSP算法的 SRE值均高于SSP算法,在20~50 dB高斯噪声下 平均提高了 5.803 dB。

3.1.2 模拟图像数据2实验

模拟图像数据2采用文献[11]中的模拟图像数 据实验2中的数据,由100×100个混合像元构成, 随机选取给出的15个光谱曲线中的9个,并经线性 组合而成。模拟图像2中各端元的原始丰度图像 较为平滑,相邻端元间的空间相关性较强,比较接 近实际高光谱图像,其中3个原始丰度图像如图5 中原始丰度图像所示。在生成模拟数据2后,分别 将SNR=20,25,30,35,40,45,50 dB的高斯白噪 声加入到模拟图像数据2中,形成了7个模拟高光 谱图像。

由图 5 可知,随着信噪比的提高,不同算法的性能也有不同程度的提高。在参与实验的所有算法中,凸优化算法(SUnSAL,SUnSAL-TV)算法表现最差,均不及贪婪算法。SCCSSP的SRE值在其中是最高的。与 SSP 算法相比,

Fig.4 Results on simulated data 1 with white noise as a function of SNR when the endmember number is 7



图 5 不同 SNR 高斯噪声的模拟数据 2 解混结果对比

Fig.5 Results on simulated data 2 with different SNR white noise

SCCSSP算法的SRE值均高于SSP算法,在20~

50 dB高斯噪声下平均提高了 6.619 dB。图 6 为 30 dB高斯噪声条件下不同算法的丰度重建图 像。从视觉上可以分辨出,在所有的算法中, SUnSAL算法的噪声点最多,SUnSAL-TV算法 的丰度重建图像噪声点较少,但其丰度重建图像 过于平滑,造成一些细节和边缘没有很好地保 留。对比 SUnSAL-TV算法,虽然 SCCSSP算法 的其丰度重建图像有更多的噪声点,但是它的边 缘区域有更好的保留。与 SOMP、SMP和 SSP 算法相比,SCCSSP算法的丰度重建图像中噪声 点更少,同时更好地保留了边缘区域。综上所 述,可以认为 SCCSSP算法的丰度重建图像视觉 上更加接近真实丰度图像。



图 6 30 dB 高斯噪声下模拟数据2的丰度重建图 Fig.6 Comparison of estimated abundance maps on simulated data 2 with 30 dB white noise

表1为30dB高斯噪声下两种模拟数据的各种算法的解混运算时间比较,从表中可以看出,与其他算法相比,SUnSAL-TV算法的解混处理时间最长。由于在端元提取步骤中结合空间相

关性来约束端元的提取,SCCSSP算法与 SOMP、SSP和SMP算法相比,运算时间较长,但 运算时间远低于SUnSAL和SUnSAL-TV 算法。

表 1 30 dB 高斯噪声的两种模拟数据下各种算法的解混运算时间

 Tab. 1
 Processing time measured after applying the tested methods to the two considered simulated data sets with 30 dB white noise

Data auha	t/s						
	SUnSAL	SUnSAL-TV	SOMP	SMP	SSP	SCCSSP	
Simulated data 1 (7 endmembers)	207.5	530.4	5.667	8.822	5.727	14.274	
Simulated data 2	523.7	1 173.6	10.514	22.17	14.52	39.61	

#### 3.2 实际图像数据实验

本实验中使用的实际高光谱图像是从 AVIRIS Cuprite数据中选择的部分高光谱图像,该 部分高光谱图像包含 250 × 191个像元,混合像元 的光谱都由 188 个波段组成。本实验采用了与模 拟图像实验相同的光谱库。图 7 为利用 Tricorder3.3 software product 软件对 splib06 光谱库进行分 析得到的不同矿物的分布图。

在实际图像数据实验中,采用丰度图像的稀 疏度和图像重建误差来作为比较算法优劣的依 据。丰度图像的稀疏度定义为每个图像像元中 非零值系数的平均个数,其中定义数值大于 0.001为非零值。高光谱重建图像的重建误差用 均方根误差(Root mean square error, RMSE)<sup>[17]</sup>来 衡量

RMSE = 
$$\frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \sqrt{\frac{1}{K \times \sum_{j=1}^{K} (Y_{ij} - \hat{Y}_{ij})^2}}$$
 (22)

式中: $Y_{ij}$ 为原始高光谱图像第i个谱段第j个像元;  $\hat{Y}_{ij}$ 为高光谱重建图像第i个谱段第j个像元;K为 图像大小;L为谱段数。

图 8 为各种算法的重建丰度图像和 Tricorder3.3 软件生成的丰度分布图,从图中可以看出本 文算法的重建丰度图像更接近 Tricorder3.3 软件生 成的丰度分布图。表 2 为重建丰度图像的稀疏度 和高光谱图像重建误差比较,虽然 SUnSAL-TV



图 7 Cuprite 数据中不同矿物的USGS分布图 Fig.7 USGS map showing the distribution of different minerals in the Cuprite scene

具有最低的重建误差,但SCCSSP,SOMP,SMP和SUnSAL算法比SUnSAL-TV算法的稀疏度要小于SUnSAL-TV。SCCSSP算法除了具有较低的重建误差,而且可以获得最小的稀疏度,这表明了该算法的有效性。



Fig.8 Fractional abundance maps estimated by the tested methods and the distribution maps produced by Tricorder3.3 soft-

Tab. 2         Comparison of sparsity of the abundance vectors and the reconstruction error of the hyperspectral imagery										
Algorithm -	重建误差									
	SUnSAL	SUnSAL-TV	SOMP	SMP	SSP	SCCSSP				
Sparsity	17.563	20.472	13.684	15.102	14.01	13.257				
PMSF	0.005.7	0.003.8	0.004.8	0.004.7	0.004.9	0.004.2				

### 4 结 论

在基于贪婪算法的高光谱图像稀疏解混方法 中,一般采用以贪婪迭代的方式从已知光谱库中提 取端元,由于光谱库中的光谱曲线数远大于实际端 元个数且光谱库的光谱曲线通常是高相关性的,端 元提取的精确性是个难题。因此,本文提出一种空 间相关性约束的联合子空间追踪方法进行高光谱 混合像元分解,在端元选择机制中,先通过初步测 试选择合适的端元加入端元支撑集,再按照结合空 间相关性约束的残差最小准则对已存在于支撑集 中的端元进行再次检验,剔除其中的冗余端元。与 SSP算法相比,本文算法在端元选择过程中增加了 对端元支撑集中端元进行是否满足当前残差最小 条件的检验,即检验增加或删除端元对残差的影 响,从而更加有效地提取实际端元。模拟图像数据 实验和真实图像数据实验表明,对比同类的其他算 法,本文算法提取的端元集合更加精确,具有更好 的解混精度。

#### 参考文献:

- BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A, DOBIGEON N, et al. Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches[J].
  IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(2): 354-379.
- [2] WINTER M E. N-FINDR: An algorithm for fast autonomous spectral endmember determination in hyper spectral data[C]// Proceedings of SPIE—The International Society for Optical Engineering. [S.I.]: Society of Photo-optical Instrumentation Engineers, 1999: 266-276.
- [3] 李二森, 徐波, 李娜, 等. 最小体积约束的线性光谱 解混算法[J]. 武汉大学学报:信息科学版, 2011, 36 (6): 683-686.

LI Ersen, XU Bo, LI Na, et al. Minimum volume constrained linear spectral unmixing algorithm[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(6): 683-686.

[4] 夏威,王斌,张立明.基于独立分量分析的高光谱遥 感图像混合像元盲分解[J].红外与毫米波学报, 2011, 30(2):131-136.

XIA Wei, WANG Bin, ZHANG Liming. Blind unmixing based on independent component analysis for hyperspectral imagery[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2011, 30(2):131-136.

- [5] ZHOU Guoxu, XIE Shengli, YANG Zuyuan, et al. Minimum-volume-constrained nonnegative matrix factorization: Enhanced ability of learning parts[J].
   IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22 (10):1626-1637.
- [6] WANG Liguo, WEI Fangjie, LIU Danfeng, et al. Fast implementation of maximum simplex volume based endmember extraction in original hyperspectral data space[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2013, 6(2): 516-521.
- [7] IORDACHE M D, BIOUCAS DIAS J M. Sparse unmixing of hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(6): 2014-2039.
- [8] AFONSO M V, BIOUCAS-DIAS J M, FIGUEIREDO M A. An augmented Lagrangian approach to the constrained optimization formulation of imaging inverse problems[J]. IEEE Transactions on Image Process, 2011, 20(3): 681-695.
- [9] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Collaborative sparse regression for hyperspectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(1): 341-354.
- [10] 吴泽彬, 韦志辉, 孙乐,等. 基于迭代加权L1正则化的高光谱混合像元分解[J]. 南京理工大学学报, 2011, 35(4): 431-435.
  WU Zebin, WEI Zhihui, SUN Le, et al. Hyperspectral unmixing based on iterative weighted L1 regularization[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2011, 35(4): 431-435.
- [11] IORDACHE M D, BIOUCAS-DIAS J M, PLAZA A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50 (11) : 4484-4502.
- [12] SHI Zhenwei, TANG Wei, DUREN Z, et al. Subspace matching pursuit for sparse unmixing of

585

hyperspectral data[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 52(6): 3256-3274.

- [13] CHEN Jie, HUO Xiaoming. Theoretical results on sparse representations of multiple-measureent vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2006, 54(12): 4634-4643.
- [14] ZHONG Yanfei, FENG Ruyi, ZHANG Liangpei. Non-local sparse unmixing for hyperspectral remote sensing imagery[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7(6): 1889-1909.
- [15] TANG Wei, SHI Zhenwei, WU Ying. Regularized simultaneous forward-backward greedy algorithm for sparse unmixing of hyperspectral data[J].IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(9): 5271-5288.
- [16] BARTELS R H, STEWART G W. Solution of the Matrix Equation AX+XB=C[J]. Comm of the ACM, 1972, 15(9): 820-826.
- [17] CLARK R N, SWAYZE G A, WISE R, et al. USGS digital spectral library splib06a[EB/OL]. [2017-12-10]. http://speclab. cr. usgs. gov/spectral. lib06.

(编辑:孙静)