DOI:10.16356/j.1005-2615.2016.03.017

基于弹簧系统网格变形方法的旋翼气弹耦合分析

马 砾 招启军 王 清 赵蒙蒙

(南京航空航天大学直升机旋翼动力学国家级重点实验室,南京,210016)

摘要:在旋翼气动弹性耦合(CFD/CSD)分析中引入弹簧系统网格变形方法,建立了一套适合于旋翼气动载荷分析的 CFD/CSD 耦合方法。为了解决 CFD/CSD 耦合中关键的网格变形问题,旋翼桨叶贴体网格变形采用基于 "ball-vertex"弹簧系统的动态网格方法,通过添加冗余约束,避免了畸形网格单元的产生。旋翼流场计算采用 基于 Navier-Stokes(N-S)方程的 CFD 模块,对基于运动嵌套网格的空间流场进行求解,湍流模型采用 B-L 模型。 结构分析采用基于中等变形梁理论的 CSD 模块,基于 Hamilton 变分原理建立旋翼桨叶动力学方程。首先对振荡 NACA0012 翼型的流场进行了求解,验证了网格变形模块和 CFD 模块的有效性,然后采用 UH-60A 直升机 旋翼作为算例对结构动力学模块进行数值验证。在此基础上,计算了 UH-60A 直升机旋翼桨叶在前飞状态下的非定常气动载荷,并与飞行测试数据进行了对比。计算结果表明,文中的弹簧系统网格变形方法可以有效地 用于旋翼 CFD/CSD 耦合计算分析,提高了旋翼气弹载荷的预测精度。

关键词:旋翼;非定常气动载荷;CFD/CSD 耦合方法;弹簧系统网格变形方法;Navier-Stokes 方程 中图分类号:V211.47 文献标志码:A 文章编号:1005-2615(2016)03-0410-08

Aeroelasticity Coupling Analyses of Rotor Based on Spring System Grid Deforming Method

Ma Li, Zhao Qijun, Wang Qing, Zhao Mengmeng

(National Key Laboratory of Science and Technology on Rotorcraft Aeromechanics, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: The spring grid deforming method is introduced into CFD/CSD coupling analysis, and a CFD/ CSD loose coupling method is developed for rotor aeroelasticity analyses. In order to solve the key problem of grid deformation in CFD/CSD coupling method, the dynamic grid method based on "ball-vertex" spring system is introduced in rotor body-fitted grid deformation. By adopting the necessary constraint springs, the new grid deforming method avoids distorted grid cells. The rotor flowfield is solved by using a CFD module based on Navier-Stokes(N-S) equations and overset grid technology, and the B-L turbulent model is employed to resolve the viscosity. The CSD module is established based on moderate deformed beam theory and Hamilton's variational principles. The CFD module and the spring grid deforming module are tested by predicting the airloads of oscillating NACA0012 airfoils while the CSD module is validated through analyzing the blade resonance frequency of the UH-60A rotor. The airloads on the UH-60A rotor blade are calculated and compared with flight test data. By the comparisons of the

收稿日期:2015-10-01;修订日期:2016-01-01

基金项目:国家自然科学基金(11572156)资助项目。

通信作者:招启军,男,教授,博士生导师,E-mail:zhaoqijun@nuaa.edu.cn。

引用格式:马砾,招启军,王清,等. 基于弹簧系统网格变形方法的旋翼气弹耦合分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2016,48(3):410-417. Ma Li, Zhao Qijun, Wang Qing, et al. Aeroelasticity coupling analyses of rotor based on spring system grid deforming method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2016, 48(3): 410-417.

results calculated by CFD/CSD method with results calculated by rigid CFD method, it is demonstrated that the present spring grid deforming system can be effectively used in the CFD/CSD coupling method and improve the prediction accuracy of the airloads of the rotor.

Key words: rotor; unsteady airloads; CFD/CSD coupling method; spring system grid deformation method; Navier-Stokes equations

旋翼是直升机主要的气动力来源,旋翼的气动 性能直接影响直升机的整体性能。为准确分析旋 翼的气动性能,可以采用 CFD 方法对旋翼流场进 行计算[1]。同时,由于直升机旋翼桨叶是细长柔性 体,在气动载荷作用下会产生结构变形,因此需要 在流场计算中引入 CSD 分析模块,以计入弹性变 形导致的流场变化^[2]。而弹性旋翼周围的贴体网 格是影响流场计算结果的重要方面。与固定翼相 比,旋翼桨叶的结构运动要复杂得多,桨叶运动是 直线和旋转运动的合成,且桨叶不仅有类刚性的整 体运动,也包含了挥舞、摆振和变距(扭转)及轴向 拉伸等多自由的弹性变形运动,这些运动之间存在 复杂的耦合关系,桨叶运动的特殊性对旋翼周围的 网格及流场求解均提出了很大挑战。因此,采用高 精度动态网格变形技术在旋翼 CFD/CSD 耦合方 法中进行旋翼气动特性数值模拟具有重要的意 X^[3]。

早期的旋翼计算流体力学研究中对网格问题 进行了简化处理,如仅采用桨叶近场的单块网格。 随着多块嵌套网格方法及网格生成技术的不断发 展,目前基于嵌套网格进行旋翼流场数值模拟已成 为旋翼 CFD 研究的主流^[4]。弹性旋翼流场的数值 模拟虽然在近十多年内也取得了较大进展,但仍存 在不少问题。其中,贴体网格的动态运动(变形)是 模拟中一个很关键的方面,而目前的研究在这一方 面尚处于发展之中,以致直接影响到数值模拟的精 度。Datta 等人^[5]采用的代数网格变形方法具有 很高的效率,然而该方法网格变形生成后新旧两套 网格上的流场物理量需要进行交换(插值),同时三 维情况可能存在网格单元扭曲过大的情况,这些原 因导致 CFD 方法的计算效率和精度有所损失。 Batina 等人^[6]最先提出了基于线性弹簧系统来模 拟网格的方法。根据网格的结点连接关系,按一定 规则给网格边赋予相应的刚度,则网格系统可以用 一弹簧系统来模拟。然而网格结点在大变形条件 下可能越过其相对面,造成网格畸形,方法失效。 为了应对大变形问题,Farhat 等人^[7]对弹簧模拟 方法做了改进,在该方法中添加了非线性扭转弹 簧,避免了原方法在某些情况下的失效现象。王海

等人^[8]运用此方法对二维振荡翼型流场进行了验证,获得了较好的结果。综合研究表明,弹簧网格 方法能够有效地解决网格变形过大的问题,但是目 前该方法以二维网格应用为主,对于三维旋翼桨叶 存在的复杂扭转、挥舞等弹性变形是否适用,需要 进一步验证。

鉴于此,在旋翼 CFD/CSD 耦合分析研究中, 为解决旋翼桨叶弹性变形后的三维网格生成问题, 基于新型的弹簧模拟方法,引入"ball-vertex"冗余 约束^[9],即在结点与其对应面(边)之间添加相应的 弹簧,考虑桨叶在刚性运动基础上的扭转、挥舞等 弹性变形,规避流场物理量在网格变形前后的插值 过程,并有效地避免出现畸形网格等问题。在旋翼 CFD/CSD 耦合方法研究方面,分别对刚性旋翼流 场分析(CFD)模块和旋翼结构动力学(CSD)模块 进行了验证;然后,基于建立的桨叶三维网格变形 方法,采用松耦合策略^[10],计算了 UH-60A 直升机 旋翼桨叶在前飞状态下的非定常气动载荷,并与试 验结果及刚性 CFD 计算结果进行了对比,得到一 些有意义的结论。

1 数值模拟方法

1.1 网格方法

1.1.1 网格生成方法

桨叶贴体结构网格采用 C-H 型网格。首先, 生成绕二维翼型剖面的 C 型网格^[11];然后,根据翼 型展向分布规律,沿桨叶展向对 C 型网格进行平 铺、缩放和扭转;最后,在桨根和桨尖处对 C 型网 格(图 1)进行展向拉伸。C-H 型网格桨根桨尖处 理简单,对于根切比较小的桨叶网格而言,便于缩 小桨根处网格内边界范围。

在进行前飞旋翼流场计算时,通常采用笛卡尔 背景网格,并在与桨叶网格对应的区域进行适当加 密,以精确获取旋翼区域传递的流场信息;同时尾 迹区域相比于入流区域较大,可以更好地捕捉旋翼 前飞时拖出的尾迹流场,准确地计算流场速度分布 等信息。

1.1.2 弹簧模拟网格变形方法

弹簧模拟方法最大的缺点是网格结点在大变



图 1 C-H 型桨叶贴体网格示意图 Fig. 1 Schematic of C-H body-fitting grid around blade

形条件下可能越过其相对面(边)造成网格畸形,导 致方法失效。为避免原方法失效情况的发生,不管 对于何种网格,在任一网格结点构建一凸多面体 (多边形)闭包,在结点与对应的闭包面之间引入冗 余的"ball-vertex"约束弹簧,如图2所示。在变形 的过程中把该结点限制在该闭包范围之内,进而避 免形成畸形网格,原弹簧模拟方法的失效情况也就 不可能发生。





图 2 中,点 p 为i 点在一与其对应的三角形闭 包面上的垂足,两点 i 与 p 之间的模拟弹簧上的作 用力可以表示为

$$f_{ip} = k_{ip} (u_p - u_i) \cdot n_{ip} \cdot n_{ip} = -f_{pi}$$
(1)
式中:
$$\begin{cases} u_p = c_1 u_j + c_2 u_k + c_3 u_l \\ k_{ip} = 1/l_{ip} \\ l_{ip} = |r_{ij} \cdot r_{ip}| \\ r_p = r_i + r_{ij} \cdot n_{ip} n_{ip} = c_1 r_j + c_2 r_k + c_3 r_l \end{cases}, 其$$
中 c_1, c_2, c_3 为点 p 在三角形内的面积坐标, $\sum_{i=1}^{3} c_i = 1$

 $1, c_i = S_i / S_o$

则该垂线单元的虚功可以表示为

 $\partial W = -(f_{ib} \cdot \partial u_i + f_{ib} \cdot \partial u_i) = (\partial u)^{\mathrm{T}} K u \quad (2)$ 式中: $\boldsymbol{u} = [u_i u_j u_k u_l]^{\mathrm{T}}$; $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{A} \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{A} = k_{ip} \boldsymbol{n}_{ip} \boldsymbol{n}_{ip}^{\mathrm{T}}$ 系统的模拟刚度矩阵为



图 3(a) 为围绕 NACA0012 翼型的二维 C 型 初始网格,图3(b)对其进行了扭转(迎角变化)运 动。图 4 为围绕 UH-60A 直升机旋翼三维贴体网 格经过挥舞、摆振、变距(扭转)运动后的变形示意 图。从图中的结果可以看出,尽管翼型后缘处网格 变形比较大,然而"ball-vertex"方法能有效地避免 了畸形网格的出现,并且保留了变形前附面层网格 的贴体性和正交性,总体上表明这里建立的网格变 形方法可以获得较好的网格质量。





Fig. 3 Deformation of C type grid of NACA0012 airfoil



- 图 4 UH-60A 直升机旋翼桨叶三维网格变形示意图
- Fig. 4 Schematic of 3-D grid deformation of UH-60A rotor blade

1.2 流场计算方法

分别采用 N-S 方程和 Euler 方程对桨叶贴体 网格区域和背景网格区域进行流场计算。控制方 程采用以绝对物理量为参数的、守恒的积分形式的 雷诺平均 N-S 方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{W} d\Omega + \oint_{\partial \Omega} (\mathbf{F} - \mathbf{F}_{v}) dS = 0 \qquad (4)$$

$$\vec{x} \neq \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho \mathcal{W} \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho V_{r} \\ \rho u V_{r} + \mathbf{n}_{x} \rho \\ \rho v V_{r} + \mathbf{n}_{y} \rho \\ \rho w V_{r} + \mathbf{n}_{z} \rho \\ \beta W V_{r} + \mathbf{n}_{z} \rho \\ \mathbf{W} V_{r} + \mathbf{W} V_{r} + \mathbf{W} \\ \mathbf{W} V_{r} + \mathbf{W} V_{r} + \mathbf{W} \\ \mathbf{$$

制体; $\partial \Omega$ 表示控制体 Ω 的边界; dS 为 $\partial \Omega$ 上的面

元; n_x , n_y 和 n_z 为 dS 的单位面法矢;u,v和w为 流体速度分量;p为流体压强; ρ 为流体密度。

对控制方程量纲一化,选择来流空气密度、速 度和平均气动弦长为基本量。通量计算采用 Jameson 二阶中心差分格式。为模拟旋翼前飞流 场中的非定常流动,采用双时间法进行时间推进, 湍流模型采用 B-L 模型^[12]。在选取边界条件时, 物面边界采用无滑移条件,远场边界采用一维 Riemann 不变量来处理,旋翼桨叶网格和背景网格 间的数据交换通过线性插值实现。

1.3 CSD 方法

一维梁分析模型采用 Hamilton 变分原理建立 旋翼桨叶运动方程,对于非保守系统,Hamilton 原 理的表达形式为

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(\delta U - \delta T - \delta W \right) \mathrm{d}t = 0 \tag{5}$$

式中:δU表示应变能的变分;δT表示动能的变分; δW表示外力虚功。

本文采用基于中等变形梁理论的 14 自由度梁 单元模型^[13],每个单元具有 3 个节点,分别位于单 元两端和单元中点,其中端部节点具有 $v, v'_x, w,$ w'_x, ϕ, u 六个自由度,中间节点具有 ϕ, u 两个自由 度。梁单元如图 5 所示。其中,v 和 w 自由度采用 了两节点的 Hermite 插值,以保证两端节点处位 移及其转角连续,而其他自由度采用三节点的 Lagrange 插值。



1.4 CFD/CSD 耦合策略

本文采用 CFD/CSD 松耦合方法进行流场和 结构间的信息交换,主要包括两方面的内容:(1)将 旋翼动力学分析得到的桨叶运动变形,以边界条件 的形式传递到网格变形中;(2)将变形后的网格代 入流场进行求解,得到桨叶表面压强分布,再以等 效载荷的方式施加到对应的桨叶有限单元节点上, 如图 6 所示。

本文拟建立一套 CFD/CSD 松耦合计算方法, 流程如图 7 所示。松耦合策略是将 CFD 模块和 CSD 模块结合起来,旋翼每旋转一圈进行一次流



图 7 CFD/CSD 松耦合计算流程

Fig. 7 Flowchart of CFD/CSD loose coupling strategy

场和结构间的信息交换。

2 模型验证

2.1 CFD 模型验证

采用本文的网格变形方法对振荡 NACA0012 翼型的流场进行了求解。Ma = 0.6, 缩减频率 $k = 0.080 8, \alpha = 2.89^{\circ} + 2.41^{\circ} sin(\omega t)$ 。

从图 8 可以看出,翼型振荡的升力得到了比较 好的模拟结果^[8]。可见,本文给出的网格变形方法 合理、有效。





Fig. 8 Relationship between lift coefficient of airfoil and oscillation of angle of attack

2.2 CSD 模型验证

为验证 CSD 模块的有效性,采用具有详细结构 参数的 UH-60A 直升机旋翼^[14]作为验证结构模型 的算例。UH-60A 直升机旋翼基本参数如表 1 所 示,其中的结构参数为 UMARC 软件^[15]的输入值。

表 1 UH-60A 直升机旋翼基本参数

Tab. 1 Basic parameters of UH-60A helicopter rotor

| 参数名称 | 数值 |
|------------------------|-------|
| 桨叶片数/片 | 4 |
| 工作转速/(r • min^{-1}) | 258 |
| 旋翼半径/m | 8.178 |
| 弦长/m | 0.527 |
| 实度 | 0.082 |
| 桨尖后掠角度/(°) | 20 |
| 非线性负扭转/(°) | -16 |
| 挥舞较外伸量/m | 0.381 |

计算所得桨叶共振图如图 9 所示。采用 UMARC软件计算得到的一阶摆振(L)、挥舞(F)





Fig. 9 Resonance diagram of UH-60A helicopter rotor blade

和扭转(T)频率分别为 0.27,1.04 和 4.38,本文计 算得到的相应频率为 0.259 6,1.038 和 4.382。从 图 9 可以看出,本文计算结果与 UMARC 软件计 算结果在小转速下有一些误差,在工作转速下与 UMARC 软件计算结果吻合较好,表明 CSD 结构 分析模块可以准确地计算前飞旋翼桨叶的固有特 性,进而为 CFD/CSD 的松耦合计算提供基础。

3 数值模拟

采用 CFD/CSD 松耦合方法对弹性 UH-60A 直升机旋翼桨叶进行了载荷预测,计算了前进比为 0.368 时,旋翼桨叶压强系数分布与法向力系数分 布,并与文献中的试验值^[16]进行对比,计算状态参 数为: $\theta_0 = 13.55$, $\theta_1 = 3.39$, $\theta_1 = -9.62$ 。

图 10 为本文计算的 UH-60A 直升机旋翼 r/R=0.775和r/R=0.965剖面压强系数分布与刚 性 CFD 计算值和试验值的对比。从图中可以看 出,与刚性 CFD 方法相比,CFD/CSD 耦合方法可 以得到与试验值更加吻合的结果。

图 11(a~d)为本文计算的前进比 0.368 时 UH-60A 直升机旋翼展向不同剖面的法向力系数 与试验值和刚性 CFD 方法计算结果的对比。可以 看出,CFD/CSD 耦合方法计算结果相对于刚性 CFD 方法的计算结果整体上与试验值更加吻合。 CFD/CSD 耦合方法的计算结果可以模拟出前行 桨叶在 60°~90°方位角桨尖处出现的微弱 BVI (桨-涡干扰)现象;在 90°~150°方位角处桨叶展向 剖面升力变为负值,这主要与前行侧桨叶高马赫数 下造成的激波失速等因素有关,采用 CFD/CSD 耦 合计算结果可以很好地捕捉到这一现象;此外,本 文计算的后行侧旋翼法向力系数在幅值与相位上 均与试验值吻合较好,反映了法向力随方位角变化 的整体趋势,体现了 CFD/CSD 耦合方法在前飞旋 翼非定常气动力计算方面的优势。

图 12 为前飞状态旋翼 0.92R 剖面弹性扭转 响应图。结合图 11(c) 法向力系数分布,从图 12 可以看出:直升机高速飞行状态下,在旋翼前行侧 0°~150°方位角,桨尖存在激波失速,从而形成负 升力,对旋翼产生低头力矩,旋翼的扭转响应为负 值,修正当地翼型剖面的气动迎角,150°~310°方 位角,逐渐产生向上升力,扭转响应为正值,气动力 增加,300°方位角以后扭转响应再次变为负值,而 刚性 CFD 方法的计算结果由于未考虑桨叶弹性影 响,在 90°~180°方位角和 310°~360°方位角计算 求得的气动载荷与试验值存在一定偏差。



- 图 10 UH-60A 直升机旋翼桨叶剖面压强系数分布
- Fig. 10 Pressure coefficient distributions of UH-60A helicopter rotor blade
 - 图 13(a,b)为本文计算的前进比 0.15 时 UH-





Fig. 11 Normal force coefficient distributions of UH-60A helicopter rotor blade (Advance ratio = 0.368)

60A 直升机旋翼展向不同剖面的法向力系数与试验值与刚性 CFD 方法计算结果的对比。由于前进比较小,在桨叶前行侧和后行侧发生较为严重的桨/涡干扰(BVI)现象,增加了对气动力预测的难度,而产生一定的误差,但采用 CFD/CSD 方法的旋翼载荷预测总体与试验值较为吻合,由于引入





Fig. 12 Blade sectional (0. 92*R*) torsional response of UH-60A helicopter rotor



- 图 13 UH-60A 旋翼弹性桨叶不同剖面法向力系数分 布(前进比=0.15)
- Fig. 13 Normal force coefficient distributions of UH-60A rotor blade (Advance ratio=0.15)

CSD 桨叶变形模块, 在桨尖处产生的扭转力矩对 桨叶产生了一定的扭转变形,修正了桨叶剖面的几 何迎角,相对于刚性 CFD 计算结果,升力的幅值和 相位更加精确。

图 14 为前行侧 90°方位角处旋翼压强分布图, 可以看出计入 CSD 变形后桨尖区域压强分布得到 显著的缓和,说明本文引入的"ball-vertex"约束弹 簧模拟网格变形方法可以有效地应用于直升机旋 翼 CFD/CSD 耦合计算中。 第3期



图 14 桨叶表面压强系数分布图

Fig. 14 Pressure coefficient distributions of blade surface

4 结 论

本文建立了一套适合于前飞旋翼 CFD/CSD 耦合计算的弹簧模拟网格变形方法,以 UH-60A 直升机旋翼为算例进行了前飞旋翼非定常载荷预 测研究,得到以下结论:

(1)引入的"ball-vertex"约束弹簧模拟网格变 形方法可以有效避免畸形网格的出现,且变形后网 格节点仍可以保持较好的贴体性和正交性。通过 网格变形的算例、振荡翼型流场求解及前飞状态旋 翼的非定常载荷计算结果表明该方法具有很好的 鲁棒性和良好的计算精度。

(2)与刚性 CFD 方法相比,建立的旋翼 CFD/ CSD 耦合方法在直升机高速飞行状态下可以精确 地捕捉到前行侧桨叶负升力现象和直升机低速飞 行时产生的桨-涡干扰现象。

(3)与刚性 CFD 方法相比,建立的旋翼 CFD/ CSD 耦合方法可以较为精确地预测前飞状态直升 机旋翼非定常气动载荷的相位和幅值。

参考文献:

- [1] 徐国华,招启军.直升机旋翼计算流体力学的研究进展[J].南京航空航天大学学报,2006,38(1):5-21.
 Xu Guohua, Zhao Qijun. Advances in computational fluid dynamics of helicopter rotor [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2006,38(1):5-21.
- [2] Tung C, Caradonna F X, Johnson W. The prediction of transonic flows on an advancing rotor[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1986,32(7):4-9.
- [3] Ahmad J U, Chaderjian N M. High-order accurate CFD/CSD simulation of the UH-60 rotor in forward flight[R]. AIAA-2011-3185, 2011.
- [4] Strawn R C, Caradonna F X, Duque E P N. 30 years of rotorcraft computational fluid dynamics research and development [J]. Journal of the American Helicopter Society, 2006,51(1):5-21.

- [5] Datta A, Sitaraman J, Chopra I, et al. CFD/CSD prediction of rotor vibratory loads in high-speed flight
 [J]. Journal of Aircraft, 2006,43(6):1698-1709.
- [6] Batina J T. Unsteady Euler algorithm with unstructured dynamic mesh for complex-aircraft aerodynamic analysis[J]. AIAA Journal, 1991,29(3):327-333.
- [7] Farhat C, Degand C, Koobus B. Torsional spring for two-dimensional dynamic unstructured fluid meshes
 [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998,163(4):231-245.
- [8] 王海,徐国华.用于弹性旋翼流场模拟的网格变形方法[J].南京航空航天大学学报,2011,43(1):1-6.
 Wang Hai, Xu Guohua. Grid deforming method for flowfield simulation of elastic helicopter Rotors[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2011,43(1):1-6.
- [9] Bottasso C L, Detomi D, Serra R. The ball-vertex method: a new simple spring analogy method for unstructured dynamic meshes [J]. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2005, 194: 4244-4264.
- [10] 王俊毅,招启军,肖宇.基于 CFD/CSD 耦合方法的新型桨尖旋翼气动弹性载荷计算[J].航空学报,2014,35(9):2426-2437.
 Wang Junyi, Zhao Qijun, Xiao Yu. Numerical simulation of aeroelastic loads of advanced blade-tip rotor based on CFD/CSD coupling method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014,35(9):2426-2437.
- [11] Thompson J F, Warsi F C, Mastin C W. Automation numerical generation of body-fitted curvilinear coordinate system for field containing any number of arbitrary two-dimensional bodies [J]. Journal of Computational Physics, 1974,15:299-319.
- [12] Baldwin B, Lomax H. Thin-Layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows [R]. AIAA-78-257, 1978.
- [13] Yuan K, Friedmann P. Aeroelasticity and structural optimization of composite helicopter rotor blades with swept tips [R]. NASA CR-4665, 1995.
- [14] Caradonna F X, Tung C. Experimental and analytical studies of a model helicopter rotor in hover [R]. NASA TM-81232, 1981.
- [15] Hamade K S, Kufeld R M. Modal analysis of UH-60A instrumented rotor blades [R]. NASA TM-4239, 1990.
- [16] Sitaraman J, Baeder J, Chopra I. Validation of UH-60A rotor blade aerodynamic characteristics using CFD[C] // Proceedings of the 59th Annual Forum of the American Helicopter Society. Phoenix, AZ: [s. n.], 2003.

417