高马赫数无人机概念设计的外形参数化建模

有连兴 余雄庆 欧阳星

(南京航空航天大学飞行器先进设计技术国防重点学科实验室,南京,210016)

摘要:设计出一类推进系统与气动布局一体化的临近空间高马赫数(Ma=3.5)无人机概念方案。为了能对这类 无人机概念方案进行快速设计与评估,需要建立一种精确的、简便的表达概念方案的参数化几何模型。应用形 函数/类函数、拉格朗日插值多项式和 B 样条曲线方法,建立了一种能够精确描述该类无人机概念方案的数学模型。基于该数学模型,应用 CATIA 软件二次开发方法,用 VB 编程实现了无人机概念方案的三维外形的自动生 成。选取双后掠机翼、单后掠机翼和准菱形机翼 3 种典型的高马赫数气动布局方案作为测试算例,测试结果表 明所开发的 VB 程序能够快速且足够精确地创建高马赫数无人机概念方案的三维外形。

关键词:无人机;临近空间;超声速;概念设计;外形参数化

中图分类号:V221.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2615(2014)03-0425-08

Parametric Geometry Modeling for Conceptual Design of High Supersonic Unmanned Aerial Vehicles

You Lianxing, Yu Xiongqing, Ouyang Xing

(Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense-Advanced Design Technology of Flight Vehicle, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

Abstract: A set of conceptual sketch for the near-space high supersonic (Ma=3.5) unmanned aerial vehicle (UAV) is derived from the idea of integration of aerodynamic configuration and propulsion system. An accurate and straight-forward parametric geometry modeling for the near-space high supersonic UAV is essential to rapidly implement and evaluate the conceptual design. A geometry parameterization method for accurate description of the UAV configuration is proposed by use of shape function/class function transformation, Lagrange interpolation polynomial and B-spline curve. Based on the geometry parameterization, a code written in visual basic (VB) language is developed through the creation of macros from the CATIA application, which is used to implement the automatic generation of the 3-D geometry model of UAV. Three configurations of the high supersonic UAVs, including double swept wing, single swept wing and quasi-rhombus wing, are used to validate the method. The results show that accurate 3-D geometry models for all the UAV configurations can be rapidly and automatically created by the VB code. **Key words:** unmanned aerial vehicle; near-space; supersonic speed; conceptual design; geometric param-

etrization

临近空间飞行器是指在临近空间区域海平面 以上 20~100 km 飞行完成特定任务的飞行器^[1]。 按飞行速度大小分为亚声速(*Ma*_∞小于 0.8)、跨声 速(Ma_{∞} 为 0.8~1.2)、低马赫数即低超声速(Ma_{∞} 为 1.2~3.0)、高马赫数即大超声速(Ma_{∞} 为 3.0~ 6.0)和高超声速(Ma_{∞} 大于 6.0)^[2]。国外已公开

基金项目:国防基础科研计划资助项目;中央高校基本科研业务费专项科研(NZ2012014)资助项目。

收稿日期:2013-12-24;修订日期:2014-02-20

通信作者:余雄庆,男,教授,博士生导师,E-mail: yxq@nuaa.edu.cn。

研制的高马赫数飞机有美国的 SR-71 和 D-21、法国的"豆荚"外形高超声速无人机、俄罗斯的 GELA 无人机和 KH-90 巡航导弹等^[3]。本文研究的高马赫数无人机是一种巡航飞行 Ma 为 3.5,巡航高度为 25 km 的临近空间飞行器。

飞机外形参数化模型是指能用一组参数描述 飞机外形的数学模型,它是实现飞行器概念方案快 速设计和多学科优化的基础^[4]。飞行器参数化几 何建模的研究可归纳为二类。一类是针对特定类 飞行器建立参数化外形模型。例如,张珍铭等应用 类型函数/形状函数变换方法建立了升力体和乘波 体两种典型布局飞行器的参数化外形模型^[5]。田 永亮等应用面向对象的参数化实例方法,建立了参 数化大型客机方案实例库^[6]。白振东等研究了可 探测机身剖面参数化的造型方法[7]。卢新来等应 用非均匀有理 B 样条曲面和基于特征的部件造型 技术,实现了各种型式直升机方案的参数化建 模^[8]。胡添元等针对飞翼布局特点,应用 CATIA 二次技术,建立了一种飞翼外形参数化模型^[9]。另 一类是研究工作是试图建立通用的飞行器几何模 型。例如,NASA 为了能为各类飞机概念设计提 供一个快速的几何建模工具,开发了 VSP 软 件^[10]。Rodriguez 等用 Java 语言开发了一个面向 飞机初步设计的快速几何建模程序[11]。最近 Hwang 等为配合飞机多学科设计优化的需求,应 用 Python 语言开发了一个飞机几何建模工具 GeoMACH^[12]。本文研究的是一种推进系统与气 动布局一体化的高马赫数无人机方案,现有通用的 参数化几何建模方法和程序无法完全适用于该方 案的参数化几何建模。

本文研究一种能够精确描述高马赫数无人机 概念方案的参数化几何模型,并实现其三维外形的 自动生成,目的是为高马赫数无人机概念方案几何 模型的快速生成提供一个有效的工具。

1 概念设计方案

针对高马赫数无人机巡航飞行 Ma 为 3.5,巡 航高度为 25 km 的设计要求,设计出一类融合推 进系统的气动布局方案。以下重点说明气动布局 和推进系统方案。

1.1 气动布局

根据超声速流动和隐身设计的基本原理,设计 出一类无人机机翼的平面形状,如图1所示。机翼 平面形状可有3个选项:(1)双后掠机翼;(2)单后 掠机翼;(3)准菱形机翼。机翼前缘设计为亚声速 前缘,后缘为前掠的超声速后缘。超声速飞行时亚 声速前缘使得机翼前缘吸力存在,前缘吸力越大, 飞行阻力越小,因此亚声速前缘能提高升阻比。机 翼后缘前掠能加速气流流过后缘,可以减小跨声速 翼尖激波阻力和诱导阻力^[13]。

进气道和尾喷管布置在机身上表面,进气道进 口和尾喷管出口为锯齿边缘。考虑到无人机高、低 速飞行时的操稳特性,配装了 V 型尾翼。尾翼俯 视图的轮廓线与进气道口和尾喷管口锯齿边缘的 俯视图轮廓线平行,以符合隐身设计中平行轮廓原 则。



图 1 三种气动布局平面形状 Fig. 1 Three aerodynamic configurations

1.2 推进系统

推进系统由超声速进气道、动力装置和尾喷管 组成。

动力装置为涡喷和亚燃冲压串联式组合变循 环发动机(Turbine based combined cycle, TB-CC)^[14],如图 2 所示。其工作过程是先由涡喷发 动机将无人机加速到马赫数 *Ma* = 2.5,然后开始 模态转换,马赫数达到 3.0 时,涡喷发动机关闭,由 亚燃冲压发动机将无人机加速到设计马赫数 3.5, 并持续巡航。整个飞行过程中,动力装置均在亚声 速模态下工作。

根据设计状态下推力需求,确定串联式组合循 环发动机的空气流量。通过发动机压气机前和冲 压燃烧室前流量与进气道匹配原理,设计出满足发 动机工作状态所需的超声速进气道,如图 3 所示。 超声速进气道的作用是对超声速气流进行压缩,将 超声速气流减速为亚声速气流,最大限度提高总压 恢复系数。超声速进气道选用 1/3 圆锥混压式进 气道。气流先经过两级波系进入进气道内部,再由 可调节的内压式进气道将超声速气流减速为亚声 速气流。 尾喷管为宽高比2:1的收敛-扩散式二元排 气喷管^[15],其作用是将涡轮或冲压燃烧室流出的 燃气膨胀加速和调节临界截面积改变发动机的工 作状态。



图 2 串联式组合循环动力装置的两种工作模态

Fig. 2 Two modes of a turbojet and ramjet variable cycle engine



图 3 1/3 圆锥混压式进气道 Fig. 3 Mixed compression inlet of one-third cone

2 外形参数化模型

飞行器外形三维外形参数化建模的一般过程 是:首先确定出飞行器特征剖面(例如机身截面、机 翼剖面等)和轮廓形状(例如机翼平面形状),然后 根据这些特征剖面和轮廓形状通过放样生成三维 外形。因此,外形参数化模型的关键是如何用一组 参数确定出特征剖面和轮廓形状。

由于本文的无人机概念方案采用了推进系统/ 气动布局外形一体化设计原理,推进系统的设计与 布置将会对气动外形产生较大的影响,外形参数化 方法需考虑推进系统和气动布局外形之间的融合 设计。

2.1 进气道参数化模型

进气道外形模型分为外部压缩段、内部压缩段 和扩压段3部分,在机体坐标系下平面形状如图4 所示。图中 Ma_{∞} , Ma_1 , Ma_2 , Ma_3 , Ma_4 , Ma_5 和 Ma_6 为斜激波前后马赫数; Ma_{th} 为进气道喉道正 激波后马赫数; β_1 , β_2 , β_3 和 β_4 为斜激波角。进气 道外形参数有 δ_1 , δ_2 , γ_1 , γ_2 , L_1 , L_2 , L_3 , L_4 , L_5 , L_6 , A_c , A_{th} , A_{co} , A_{ic} 和 A_E ;其中 L_1 为进气道锥前缘点 至进气道进口距离; L_2 , L_3 , L_4 , L_5 和 L_6 为进气道 各段长度; A_c 为由锥形进气道按照发动机流量匹 配确定的进口 L_1 处1/3圆面积; A_{th} 为涡喷压气机 进口和冲压燃烧室进口按照流速需求与进气道总 压恢复系数最大确定的喉道面积; A_{co} 为锥形在 L_2 处1/3圆面积; A_{ic} 等于 A_c 与 A_{co} 的差; A_E 为涡喷 压气机进口或冲压燃烧室进口按照流速需求确定 的圆面积。

在设计状态下,已知锥角 δ_1 与 δ_2 和扩散角 γ_1 与 γ_2 的大小,可求得超声速进气道外形尺寸参数。 外部压缩部分锥角 δ_1 的大小对无人机前机身长度 和飞行阻力有较大的影响, δ_2 的大小将会影响内 部压缩部分的长度和总压恢复系数的大小, γ_1 和 γ_2 的大小将会影响扩压段的扩散效率和气流流动 的稳定性。



图 4 进气道设计状态平面形状 Fig. 4 Platform of inlet design point

2.2 动力装置外形轮廓参数化模型

在综合考虑设计状态下动力装置的压气机、燃烧室、涡轮、冲压燃烧室和尾喷管的性能要求后,确

定出 TBCC 动力装置外形轮廓尺寸大小,局部笛 卡尔坐标系下平面形状如图 5 所示。动力装置外 形轮廓参数有涡喷和冲压核心部分长度 Le₁,圆截



Fig. 5 Parametric modeling of TBCC

2.3 机体外形参数化模型

机体外形参数化模型包括平面形状参数化模型、机身剖面参数化模型、尾翼平面参数化模型和 翼型参数化模型。

2.3.1 机体平面形状参数化定义

图 6 给出了确定机翼轮廓外形的完整参数,其 中 C_r 为机身前缘点至后缘点的距离, C_2 , C_3 和 C_{tip} 为翼型的弦长, α_1 和 α_2 为前缘后掠角, α_3 和 α_4 为 后缘前掠角,b 为机翼展长, b_1 , b_2 和 b_3 为翼型半展 长的占位分布, θ_1 , θ_2 和 θ_3 为机翼的下反角, ϕ_1 , ϕ_2 和 ϕ_3 为机翼的扭转角(相对于翼型弦线 1/4 处)。

机体平面形状的设计参数为展弦比 AR、机体 俯视图平面形状面积 A_w , α_1 , α_2 或 α_1 , α_2 , α_3 , b_1 , b_2 , b_3 , θ_1 , θ_2 , θ_3 , ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 和 C_{tip} ,给定这些参数的值, 即可确定机体俯视图平面形状构型。当 $\alpha_1 \neq \alpha_2$ 时,机体俯视图平面形状为双后掠机翼;当 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ 时,机体俯视图平面形状为单后掠机翼;当 $\alpha_1 = \alpha_2$, $\alpha_3 = \alpha_4$ 时,机体俯视图平面形状准为菱形 机翼。

2.3.2 机身剖面参数化定义

机身剖面的参数化描述分为上机身剖面和下 机身剖面两个部分。

在上机身剖面进气道进口和尾喷管出口处,由 于曲率变化比较大且需通过特定位置的点,为防止 曲线抖动,将曲线分为两段,分别用拉格朗日插值 法^[16]进行描述,在连接处两个插值多项式的一阶 导数相等。上机身其他部位的剖面采用翼身融合 设计,截面曲线的曲率变化有可能比较大,故采用 B样条曲线^[17]描述。上机身剖面的参数化几何定 义在局部坐标系如图 7 所示。图 7 (*a*)中(*y*'。,



图 6 机体平面形状参数 Fig. 6 Platform parameters of UAV

 z'_{0}), (y'_{1},z'_{1}) , (y'_{2},z'_{2}) , (y'_{3},z'_{3}) , (y'_{4},z'_{4}) , (y'_{b},z'_{b}) 为描述曲线的点坐标, w_{in} 和 w_{out} 为内外 段曲线 y方向的长度。图 7(b)中 (y'_{0},z'_{0}) , (y'_{1},z'_{1}) , (y'_{2},z'_{2}) , (y'_{3},z'_{3}) , (y'_{4},z'_{4}) , (y'_{5},z'_{5}) , (y'_{6},z'_{6}) , (y'_{7},z'_{7}) , (y'_{-1},z'_{-1}) 为描述曲线的 点坐标, w_{f} 为 y'_{7} 与 y'_{-1} 之差。

下机身剖面曲线由于曲率变化比较小,采用参数较少的形函数/类函数方法^[18] 描述。在局部坐标系下剖面的参数化几何定义如图 7(c)所示,其中,W_d/2 为曲线与 y[']轴交点到原点的距离,H_d/2 为曲线与 z[']轴交点到原点的距离。

根据上述对机身剖面的参数化定义,改变相关 参数,便可描述多种多样的机身剖面曲线。

2.3.3 尾翼平面形状参数化定义

考虑操稳特性和隐身特性的要求,尾翼采用 V 型尾翼(带外倾角的双垂尾),尾翼俯视图投影的后 掠角与进气道进口锯齿边缘和尾喷管出口锯齿边 缘平行,尾翼平面形状如图 8 所示,其中 ν_1 为前缘 后掠角, ν_2 为尾翼尖端向内的折角, ν_1 和 ν_2 由机翼 平面形状前缘后掠角 α_1 ,锯齿形边缘相邻两条边 夹角 κ 和外倾角 φ_1 确定, C_t 为单位根弦长, C_d 和 C_{t2} 分别为外段弦长和尖端弦长, H_i 和 H_{t1} 为展向 长度。尾翼设计参数为 φ_1 , C_{t2} , H_t , H_d 和 κ ,而 C_d 由前述参数求出。



图 7 机身截面曲线参数化 Fig. 7 Parametric definition of fuselage cross sections





2.3.4 翼型参数化定义

根据高马赫数飞行翼型低波阻特性的设计要求,机翼和尾翼的翼型设计成四边形翼型、菱形翼型或六边形翼型。这类翼型的参数定义如图9所示,其中c为单位弦长,c1和c2为其中一段弦线长度,t为翼型的相对厚度。通过改变这些参数,即

可确定出各种四边形翼型、菱形翼型和六边形翼 型。





3 三维几何模型的自动生成

根据上述高马赫数无人机参数化几何模型,可确定出特征剖面和轮廓外形。然后根据这些特征 剖面和轮廓外形,通过放样可生成无人机三维几何 模型。本文应用 CATIA 二次开发方法实现无人 机三维几何模型的自动生成。实现方式是通过 VB 编程进行进程内和进程外访问 CATIA 对象, 进程内访问由 CATIA 脚本引擎编译和执行宏脚 本命令,进程外访问在 VB 程序中嵌入访问 CAT-IA 的程序执行^[10]。三维几何模型自动化流程图 如图 10 所示。首先在输入文件中设定推进系统参 数、机体平面形状参数、机身剖面参数、尾翼平面形 状参数和翼型参数,在检查这些输入参数满足约束 规则后,调用 VB 程序,在 CATIA 环境中自动生 成无人机三维几何模型。





Fig. 10 Automated-generation flow chart of 3D geometric modeling

4 算例验证

分别选取双后掠机翼、单后掠机翼和准菱形机 翼 3 种典型的高马赫数气动布局方案作为测试算 例,验证本文参数化建模方法和计算机程序的有效 性。

3 种气动布局方案的机体外形参数见表 1,进 气道参数、动力装置外形轮廓参数、尾翼平面形状 参数、翼型参数分别见表 2~5。

表 1 几何模型主要参数

Tab. 1 Main parameters of geometric modeling

参数	双后掠	单后掠	准菱形	取值范围
AR	1.05	0.785	0.785	0.5~2.0
$S_{\mathrm{g}_{\overline{\mathrm{m}}}}/\mathrm{m}^2$	25.0	25.0	25.0	>0.0
$\alpha_1/(°)$	76.0	76.0	76.0	73.4~80.0
$\alpha_2/(°)$	60.0	76.0	76.0	55.0~80.0
$\alpha_3/(°)$	76.0	76.0		55.0~80.0
b_1	0.6	0.6	0.6	0.0-1.0
b_2	0.3	0.3	0.3	0.0~1.0
b_3	0.1	0.1	0.1	0.0~1.0
$\theta_1/(\degree)$	-3.0	-3.0	-3.0	$-30.0 \sim 30.0$
$\theta_2/(\degree)$	-3.0	-3.0	-3.0	$-30.0 \sim 30.0$
$\theta_3/(°)$	-30.0	-30.0	-30.0	$-30.0 \sim 30.0$
$\psi_1/(\degree)$	-2.0	-2.0	-2.0	$-15.0 \sim 15.0$
$\psi_2/(\degree)$	-4.0	-4.0	-4.0	-15.0~15.0
$\psi_3/(°)$	0.0	0.0	0.0	-15.0~15.0
$C_{\rm tip}/{ m m}$	0.04	0.04	0.04	0.01~0.05

表 2 超声速进气道参数化变量

Tab. 2 Parameters of supersonic inlet

参数化变量	当前取值	取值范围
$\boldsymbol{\delta}_1/(°)$	10.0	5.0~15.0
$\boldsymbol{\delta}_2/(°)$	18.0	10.0~25.0
$oldsymbol{\gamma}_1/(\circ)$	18.0	10.0~20.0
$\gamma_2/(\degree)$	5.0	5.0~15.0

表 3 TBCC 外形轮廓参数化变量

Tab. 3 Shape parameters of TBCC

参数化变量	当前取值	取值范围
$L_{\rm el}/{ m m}$	2.216	1.5~3.6
$L_{\rm e2}/{ m m}$	0.250	0.15~1.0
$L_{\rm e3}$ / m	0.529	0.4~1.0

表 4 尾翼平面形状参数化变量 Tab. 4 Parameters of empennage platform

参数化变量	当前取值	取值范围
$arphi_1/(\degree)$	30.0	0.0~90.0
C_{t2}/m	0.01	0.005~0.015
$H_{ m t}/{ m m}$	1.2	>0.0
$H_{ m tl}/ m m$	0.4	$0.0 \sim H_{\rm t}$
$\kappa/(^{\circ})$	60.0	$0.0 \sim 90.0$

表 5 对称薄翼型参数化变量

Tab. 5 Parameters of symmetric thin airfoil

参数化变量	当前取值	取值范围
c_1	0.5	0.0~1.0
<i>C</i> ₂	0.0	0.0~1.0
t	0.035	0.01~0.12

由于机身剖面参数应满足机身截面放样后空 气流动阻力最小和隐身截面设计要求,由于篇幅限 制,此处不再列出构成机身剖面曲线各个参数点的 取值。

根据上述参数,按照图 10 给出的三维几何模型自动生成流程图,便可自动生成双后掠机翼、单后掠机翼和准菱形机翼 3 种气动布局方案的三维几何模型,如图 11 所示。

5 结 论

(1)本文建立的参数化几何模型能够足够精确地反映推进系统和气动布局的特点,可完整地描述高马赫数无人机概念方案的外形。



图 11 自动生成的高马赫数无人机三维几何模型

Fig. 11 Automated-generation 3D geometric model of high supersonic UAV

(2)基于 CATIA 二次开发方法编制的 VB 程 序具有较好的通用性,能实现高马赫数无人机多种 概念方案的三维外形自动生成。

(3)本文研究结果为高马赫数无人机概念方案 几何模型的快速生成提供了一个有效的工具,为后 续的多学科设计优化奠定了基础。

参考文献:

- [1] 洪延姬,金星,李小将,等. 临近空间飞行器技术[M]. 北京:国防工业出版社,2012:6-7. Hong Yanji, Jin Xing, Li Xiaojiang, et al. Nearspace aircraft technology[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012:6-7.
 [2] 吴子牛,空气动力学.上册[M].北京:清华大学出版
- 2」 突 J 中. 空 (切力字. 工加[M]. 北京:南平大字 出版 社,2008:174.
 Wu Ziniu. Aerodynamics(Vol. 1)[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008:174.
- [3] 李建林.临近空间高超声速飞行器发展研究[M].北 京:中国宇航出版社,2012:19-212.

Li Jianlin. The development and research of near-

space hypersonic aircraft[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2012:19-212.

- [4] 余雄庆.飞机总体多学科设计优化的现状与发展方向
 [J].南京航空航天大学学报,2008,40(4):417-426.
 Yu Xiongqing. Multidisciplinary design optimization for aircraft conceptual and preliminary design: status and directions[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2008, 40(4):417-426.
- [5] 张珍铭,刘毅,丁运亮.高超声速飞行器参数化几何建 模方法与外形优化[J].南京航空航天大学学报, 2012,44(2):172-177.

Zhang Zhenming, Liu Yi, Ding Yunliang. Parametric geometry modeling and shape optimization method for hypersonic flight vehicles[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44 (2):172-177.

- [6] 田永亮,刘虎,罗明强,等.参数化大型客机方案实例 库研究[J].航空学报,2011,31(11):2202-2208.
 Tian Yongliang, Liu Hu, Luo Mingqiang, et al. Research on case base of parameterized large civil aircraft[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 31(11):2202-2208.
- [7] 白振东,刘虎,武哲.低可探测机身参数化造型与优化
 [J].北京航空航天大学学报,2007,33(12):1391-1394.

Bai Zhendong, Liu Hu, Wu Zhe. Parametric modeling and optimization of low observability fuselage in aircraft conceptual design[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2007, 33 (12):1391-1394.

- [8] 卢新来,刘虎,武哲.直升机概念设计中的部件参数化
 [J].北京航空航天大学学报,2006,32(1):47-49.
 Lu Xinlai,Liu Hu,Wu Zhe. Components parameterization in helicopter conceptual design[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006,32(1):47-49.
- [9] 胡添元,余雄庆. 基于 CATIA 二次开发的飞翼外形参数化建模[J]. 飞机设计,2007,27(6):10-13.
 Hu Tianyuan, Yu Xiongqing. A parametric modeling of flying-wing configuration using API in CATIA[J].
 Aircraft Design, 2007, 27(6): 10-13.
- [10] Hahn A. Vehicle sketch pad: A parametric geometry modeler for conceptual aircraft design [R]. AIAA-2010-0657, 2010.
- [11] Rodriguez D L, Sturdza P. A rapid geometry engine for preliminary aircraft design [R]. AIAA-2006-929,

2006.

- [12] Hwang J, Martins J. GeoMACH geometry: centric MDAO of aircraft configurations with high fidelity [R]. AIAA-2012-5605, 2012.
- [13] 方宝瑞. 飞机气动布局设计[M]. 北京:航空工业出版 社,1997:26-132.

Fang Baorui. Aircraft design of aerodynamic configuration[M]. Beijing: Aviation Industry Press, 1997: 26-132.

- [14] Miyagi H, Kimura H, Kishi K, et al. Combine cycle engine research on Japanese HYPR program [R]. AIAA-98-3288,1998.
- [15] 李娜,吉洪湖,黄伟,等. 混合排气二元收敛喷管气动 与红外隐身综合设计方法[J]. 航空动力学报,2011,

26(11):2563-2570.

Li Na, Ji Honghu, Huang Wei, et al. Comprehensive design of aerodynamic and infrared stealth of 2-D convergent nozzle with mixed flow [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11):2563-2570.

- [16] Jeffreys H, Jeffreys B S. Methods of mathematical physics, cambridge[M]. 3rd. England: Cambridge University Press, 1988:260.
- [17] Parthasarathy A, Kumar A V. Smooth shape and topology design using B-spline elements [R]. AIAA-2010-3002,2010.
- [18] Kulfan B M. Universal parametric geometry representation method[J]. Journal of Aircraft, 2008, 45 (1): 142-158.